

**UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

**Faculdade de Ciências e Tecnologia**

***Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial***

# **Modelação Analítica de Coroas de Jactos Livres**

Por

Daniel Rolo

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e  
Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para obtenção  
do grau de Mestre

Orientador

Professor Daniel Vaz

**Lisboa, 2010**

## Agradecimentos

Agradeço ao Professor Daniel Vaz, a sua disponibilidade, paciência e amizade.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica e Industrial da Faculdade de Ciências e Tecnologia, por me ter cedido as suas instalações durante a elaboração deste trabalho.

Aos meus Professores do DEMI, por todo o conhecimento que me transmitiram.

Aos colegas, especialmente ao Miguel Carvalho, João Faria, Nuno Boavida e João Mendes, pelos momentos de descontração, amizade, troca de conhecimentos e também pelo auxílio prestado quando solicitado.

Ao meu pai, Aníbal Rolo, à minha mãe, Belmira Rolo, à minha irmã, Catarina Rolo, aos meus avós e restantes familiares por todo o carinho, incentivo e apoio nos momentos difíceis que surgiram ao longo da elaboração deste trabalho.

## Resumo

O principal objectivo desta tese é demonstrar a importância dos jactos nas técnicas de combustão. Este trabalho inclui o estudo analítico de arranjos particulares de jactos circulares turbulentos, em situações não confinadas, dispostos em múltiplas coroas anelares, estando estas por sua vez dispostas em anel. Com isto pretende-se obter o caudal arrastado provocado pelos arranjos, o campo de velocidades longitudinal (teoria indutiva da turbulência de Reichardt), compreender a interacção entre jactos e garantir a melhor taxa de arrastamento.

A escolha de situações não confinadas, deve-se ao facto de estas excluïrem zonas de recirculação. A selecção de configurações é baseada nas que assegurem uma melhor taxa de arrastamento, configurações essas que podem variar no que respeita ao diâmetro dos injectores, no número de jactos e/ou coroas, e raio das coroas. Foi adoptado o estudo analítico, tendo em conta todas as variáveis das configurações, em vez da via numérica. Através da ferramenta *Matlab*, foi efectuada a integração numérica de forma a obter-se as taxas de arrastamento para diferentes planos paralelos à injeção.

Os resultados mostram que uma interacção prematura entre jactos, nomeadamente em situações com um elevado número de jactos nas coroas, prejudica a taxa de arrastamento, devido aos jactos não se comportarem como jactos únicos livres por muito tempo.

## Abstract

The main objective in this thesis shows the importance of jets combustion technologies. This work includes the analytical study about a particular arrangement of turbulent free jets, in non-confined situations, displayed in multiple crown circles, as they are displayed in a ring. With this, the main goal is to obtain the flow originated by the arrangement, the longitudinal velocity fields (Reichardt's turbulence inductive theory), to understand better the interactions between jets and to get the best entrainment rate.

The choice of non-confined situations, is due the fact that there is no recirculation zone. The ideal configurations are based on those who get the best entrainment rate, that can change regarding the diameter of the nozzle, the number of jets and/or crowns and the crown radius. It was chosen the analytical study, taking into account all the configuration variables, instead of the numerical study. Through the *Matlab* tool, numerical integration was made in order to obtain the entrainment rates for different planes parallel to the injection.

The results show that an early interaction between jets, especially in situations with a high number of jets on the crowns, will affect the entrainment rate, due the fact that the jets will not behave as a free jet for much long.

# Índice

Agradecimentos .....	II
Resumo .....	III
Abstract .....	IV
Índice.....	V
Índice de Figuras.....	VII
Índice de Tabelas .....	IX
Lista de Símbolos .....	X
<b>1. Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 - Motivação .....	1
1.2 - Contribuições do Presente Trabalho .....	6
<b>2. Jactos.....</b>	<b>7</b>
2.1 - Estrutura .....	7
2.1.1 - Desenvolvimento do Jacto .....	7
2.1.2 - Jactos Livres e Confinados .....	9
2.1.3 - Jactos Laminares e Turbulentos.....	10
2.2 - Auto-semelhança de jactos livres.....	11
<b>3. Estudo Numérico de um Jacto Circular.....</b>	<b>14</b>
3.1 - Descrição de Problema Bidimensional .....	14
3.2 - Ferramentas Numéricas .....	16
3.3 - Discretização do Domínio .....	17
3.4 - Solução Numérica.....	21

<b>4. Estudo Analítico .....</b>	<b>25</b>
4.1 - Introdução .....	25
4.2 - Jacto Único .....	26
4.2.1 - Obtenção da Solução Analítica .....	26
4.3 - Múltiplos Jactos .....	29
4.3.1 - Obtenção da Solução Analítica .....	29
4.3.2 - Interação de Dois Jactos Paralelos .....	32
4.3.3 - Coroa de Jactos Centrada na Origem .....	35
4.3.4 - Múltiplas Coroas de Múltiplos Jactos .....	38
4.4 - Cálculo do Caudal Arrastado.....	45
<b>5. Resultados para Múltiplas Coroas .....</b>	<b>49</b>
5.1 - Configurações .....	49
5.2 - Arrastamento.....	54
<b>6. Conclusão.....</b>	<b>58</b>
6.1 - Principais Conclusões .....	58
6.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros .....	60
<b>7. Bibliografia .....</b>	<b>61</b>

# Índice de Figuras

Figura 1.1 - Câmara de combustão cilíndrica com queimador multi-jacto (cortesia D. Vaz). .....	2
Figura 1.2 - Injector e parte do queimador com os injectores (adaptado D.Vaz [14] ). ...	3
Figura 1.3 - Disposições possíveis de injectores no queimador [14].....	4
Figura 1.4 - Disposições dos injectores no queimador para estudos futuros [14] .....	4
Figura 2. 1 - Jacto circular livre [11] .....	7
Figura 2. 2 - Perfis de velocidade de um escoamento com $U_0 = 87 \text{ m/s}$ e $dn = 0.45 \text{ m}$ . [13] .....	11
Figura 2.3- Perfis de velocidade de um escoamento com $U_0 = 87 \text{ m/s}$ e $dn = 0.45 \text{ m}$ adimensionalizado. [13] .....	12
Figura 3.1 - Caso bidimensional de um jacto circular livre. ....	14
Figura 3.2 - Malha do jacto livre. ....	17
Figura 3.3 - Detalhe da zona do jacto à entrada. ....	18
Figura 3.4 - Condições de fronteira aplicadas na malha. ....	19
Figura 3.5 - Valores da velocidade obtidos no caso bidimensional de um jacto.....	21
Figura 3.6 - Detalhe das velocidades na entrada do jacto. ....	22
Figura 3.7 - Perfis de velocidade à distância de 2, 5 e 8 diâmetros.....	22
Figura 3.8 - Valores dos perfis de velocidades.....	23
Figura 3.9 - Perfis de velocidade adimensionalizados.....	24
Figura 4.1 - Parâmetros presentes na representação de uma coroa de jactos.....	30
Figura 4.2 - (a) – Interacção do escoamento entre 2 jactos; (b) – Escoamento de 2 jactos. [1] .....	32
Figura 4.3 - (a) – Interacção do jacto real e virtual (tridimensional); (b) - Interacção do jacto real e virtual (bidimensional); .....	33
Figura 4.4 - (a) – Domínio físico da zona de combustão; (b) – Disposição da coroa de jactos no queimador (vista de cima).....	35
Figura 4.5 - Representação da coroa de jactos nas coordenadas cartesianas no plano $z = 0,15$ . .....	36
Figura 4.6 - Transferência de coordenadas cartesianas para coordenadas cilíndricas. ....	36
Figura 4.7 - Processo representativo da modificação da matriz usada no <i>Matlab</i> . ....	37

Figura 4.8 - Configuração de 12 jactos centrados na origem do queimador no plano $z = 0.75$ .....	38
Figura 4.9 - Processo de rotação das coroas de jactos em relação à coroa principal no queimador. ....	39
Figura 4.10 - Representação de metade da coroa de jactos principal para um plano $z=cte$ . ....	41
Figura 4.11 - Representação da totalidade da coroa de jactos para um plano $z = cte$ ....	41
Figura 4.12 - Isolinhas da velocidade longitudinal da configuração de 8 coroas de jactos com 8 jactos no plano $z=cte$ .....	43
Figura 4.13 - Configuração de 8 jactos por cada uma das 5 coroas de jactos nos planos $z = 10$ , $z = 30$ e .....	43
Figura 4.14 - Representação exemplificativa dos Prismas possíveis para a integração do caudal (adaptado D. Vaz [14] ) .....	45
Figura 4.15 - Método de cálculo da integração do caudal. ....	46
Figura 4.16 - Valores de Caudal obtido para 100, 400, 700, 1000,1300 e 1600 pontos. 47	
Figura 4.17 - Ordem de processamento no programa Matlab para cálculo do caudal arrastado.....	48
Figura 5.1 - Variáveis importantes na selecção das configurações .....	49
Figura 5.2 - Intersecção entre jactos da mesma coroa e jactos de coroas vizinhas. ....	53
Figura 5.3 - Gráfico caudal vs tempo (adimensionalizado) para a situação da variação do raio interno da coroa ( $ri$ ) .....	54
Figura 5.4 - Gráfico Caudal vs tempo (adimensionalizado) para a situação da variação do número de jactos numa coroa ( $N$ ) .....	55
Figura 5.5 - Gráfico caudal vs $z$ (adimensionalizado por $dn$ ) para a situação da variação do raio interno da coroa ( $ri$ ) .....	56
Figura 5.6 - Gráfico Caudal vs $z$ (adimensionalizado por $dn$ ) para a situação da variação do número de jactos numa coroa ( $N$ ) .....	57



## Índice de Tabelas

Tabela 1 – Dados admitidos para o estudo da coroa do jacto real com o jacto virtual...	33
Tabela 2 - Dados admitidos no estudo da variação de $ri$ . .....	52
Tabela 3 - Dados admitidos no estudo da variação de $N$ jactos. ....	53

# Lista de Símbolos

## Símbolos Gregos

- $b_1$  - Distância entre eixo de simetria e ponto específico do perfil 1 onde a velocidade é metade da velocidade máxima do perfil 1 (m)
- $dn$  - Diâmetro do injector (m)
- $D_{ext}$  - Diâmetro exterior (m)
- $D_{int}$  - Diâmetro interior (m)
- $D_t$  - distância entre o centro do queimador e o plano que separa os jactos reais com os virtuais (m)
- $H$  - Distância entre o centro do injector e o diâmetro externo do queimador (m)
- $k$  - Energia cinética turbulenta (-)
- $k_0$  - Coeficiente de jacto livre (-)
- $N$  - Número de jactos
- $N_c$  - Número de coroas
- $nr$  - Dimensão da matriz na coordenada radial
- $nt$  - Dimensão da matriz na coordenada tangencial
- $nz$  - Dimensão da matriz na coordenada axial
- $Q$  - Caudal ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )
- $Q_0$  - Quantidade de Caudal injectado ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )
- $Q_{jL}$  - Caudal de um jacto livre ( $\text{m}^3\text{s}^{-1}$ )
- $R$  - Raio exterior do queimador (m)
- $R_e$  - Número de Reynolds
- $R_j$  - Raio da coroa de jactos reais (m)
- $R_{j,2}$  - Raio da coroa de jactos virtuais (m)
- $r_{ext}$  - Raio exterior do queimador (m)
- $r_{int}$  - Raio interior do queimador (m)
- $r_c$  - Distância do centro do queimador ao centro da coroa de jactos  $c$  (m)
- $r_{c,i}$  - Distância do centro do queimador à coordenada radial do jacto  $i$  da coroa  $c$  (m)
- $r_i$  - Distância do centro do queimador à coordenada radial do jacto  $i$  (m)
- $S$  - Semi-distância entre o centro dos injectores da mesma coroa (m)
- $S_c$  - Semi-distância entre os centros das coroas vizinhas (m)

- $t$  - Tempo (s)  
 $U_0$  - Velocidade inicial ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $U_{ref}$  - Velocidade de Referência ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $U_1$  - Velocidade num ponto local do perfil 1 ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $U_{1,m}$  - Velocidade máxima do perfil 1 ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $U_2$  - Velocidade num ponto local do perfil 2 ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $U_{2,m}$  - Velocidade máxima do perfil 2 ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $U_m$  - Velocidade na linha central ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $u_r$  - Componente radial da velocidade ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $V$  - Velocidade de injeção do fluido ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $V$  - Velocidade aplicada num corpo ( $\text{m s}^{-1}$ )  
 $y^+$  - Espessura da camada viscosa (m)  
 $y_1$  - Distância do eixo de simetria até um determinado ponto local do perfil 1 (m)  
 $y_2$  - Distância do eixo de simetria até um determinado ponto local do perfil 2 (m)  
 $y_{c1}$  - Distância desde o eixo de simetria até ao ponto local onde a velocidade é metade da velocidade máxima de perfil 1 (m)  
 $y_{c2}$  - Distância desde o eixo de simetria até ao ponto local onde a velocidade é metade da velocidade máxima de perfil 2 (m)

## Símbolos Gregos

- $\rho$  - Massa específica ( $\text{Kg m}^{-3}$ )  
 $\mu$  - Viscosidade ( $\text{Pa s}$ )  
 $\varepsilon$  - Dissipação turbulenta ( $\text{W Kg}^{-1}$ )  
 $\theta$  - Ângulo ( $^\circ$ )  
 $\theta_i$  - Coordenada tangencial do jacto  $i$  (rad)  
 $\theta_c$  - Coordenada tangencial da coroa de jactos  $c$  (rad)  
 $\theta_{c,i}$  - Coordenada tangencial do jacto  $i$  da coroa  $c$  (rad)

## Abreviaturas

- CFD - computational fluid dynamics  
 COSTAIR - continuous staging of air  
 FLOX - flameless oxidation (trademark)

# 1. Introdução

## 1.1 - Motivação

De uma forma genérica, a utilização de turbinas a gás tornou-se frequente na sociedade. A crescente evolução tecnológica tem sido acompanhada de um aumento de poluição. Em consequência, as alterações climáticas começaram a notar-se, mais concretamente, com o aumento da temperatura em todo o mundo. Um dos efeitos mais visíveis, está presente nas cidades através do denominado smog. Os gases causadores desse aumento são, entre outros, os óxidos de azoto e o  $NO_x$ . Na atmosfera, os gases ao reagirem com outros, podem provocar doenças respiratórias quando inalados, como por exemplo problemas a nível pulmonar. O  $NO_x$ , composto por 21% de oxigénio, 78% de azoto e 1% de gases raros, é formado quando o oxigénio e azoto se combinam no ar, depois de separados num processo a altas temperaturas, como na combustão. Como a maior parte da produção de energia em todo o mundo envolve processos de combustão, é fácil concluir que nas cidades, a aglomeração dos gases referidos, seja maior. Várias técnicas de uma combustão menos poluente têm sido desenvolvidas para diferentes equipamentos de combustão: centrais termoeléctricas, motores de combustão interna, etc.

A maior parte das técnicas de combustão criadas para prevenir emissões de  $NO_x$ , tentam evitar a ocorrência de picos de temperatura demasiado elevados ( $>1800K$ ), especialmente em zonas em que o oxigénio está presente, e/ou reduzindo o tempo de residência nessas zonas. A recirculação dos gases de escape é um exemplo dessas técnicas. Evita picos de temperatura e diminui a concentração de oxigénio na câmara de combustão.

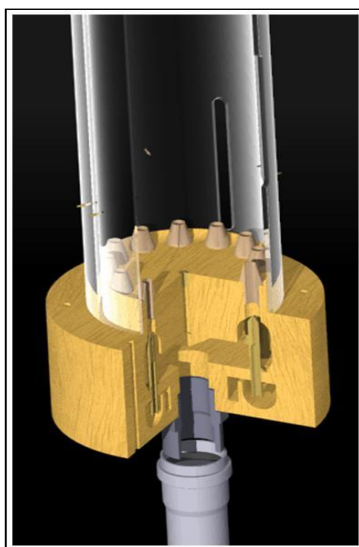
A existência de legislação rigorosa, em termos ambientais devido à emissão de gases, deu lugar ao desenvolvimento de novas tecnologias. Duas técnicas inovadoras para baixas emissões (FLOX e COSTAIR), foram aplicadas em turbinas a gás. Este trabalho baseia-se na técnica FLOX.

As turbinas a gás têm por objectivo converter energia, proveniente da combustão de fluidos em energia mecânica. O que as diferencia em relação a outros motores, é o facto de disponibilizarem potências elevadas em relação ao seu tamanho.

A sua eficiência térmica pode ser aumentada consoante o aumento de temperatura ocorrida na entrada da turbina, sendo este um factor limite nas turbinas a gás. Outro factor que possa fazer com que esse aumento aconteça, é o desenvolvimento de novas misturas, fazendo com que a temperatura no interior da câmara de combustão aumente igualmente, levando a um aumento da eficiência térmica. Mas esse aumento pode ser prejudicial. Como dito anteriormente, o aumento de temperatura leva a um aumento na formação de óxido de azoto, poluindo mais o meio ambiente.

Com o aparecimento das turbinas a gás, desenvolveram-se outros tipos de motores cada vez mais compactos, a título de exemplo, as micro-turbinas a gás. O facto de haver grande procura sobre este tipo de motores, deve-se à possibilidade de estes poderem usar vários tipos de combustível [14].

Para o estudo da técnica FLOX, foi desenvolvido no DEMI, por Vaz [14], uma câmara cilíndrica, constituída por uma coroa de jactos confinados no seu interior, onde se modelou o escoamento tridimensional, dessa mesma câmara cilíndrica, obtendo informações acerca da temperatura e composição dos gases no seu interior e à saída.



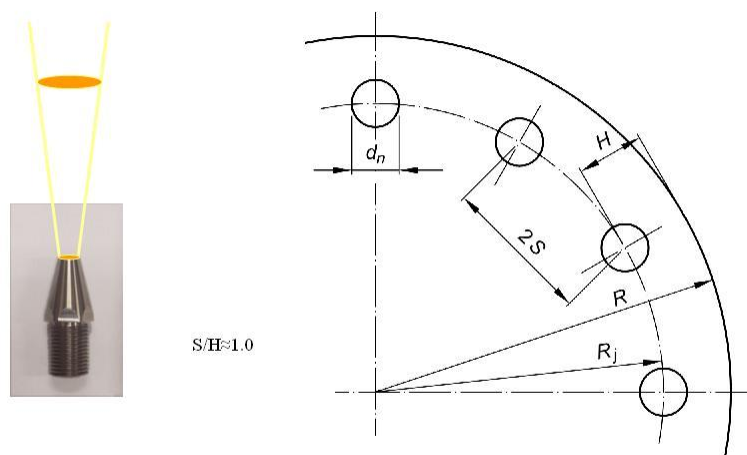
**Figura 1.1** - Câmara de combustão cilíndrica com queimador multi-jacto (cortesia D. Vaz).

Para uma melhor compreensão sobre a modelação numérica no caso bidimensional, seria vantajosa, uma análise a situações mais simples, mas que estivesse ligada com a situação final em estudo, de modo a servir de ponto de partida para a sua modelação.

A disposição dos jactos no interior da câmara de combustão, terá um papel fundamental na verificação de zonas em que há alguma recirculação, bem como na determinação da taxa de arrastamento.

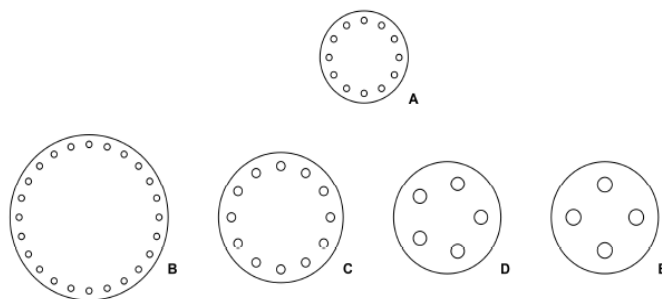
Sabendo-se que a taxa de arrastamento é influenciada pela relação perímetro-área transversal dos jactos e que essa relação decorre do diâmetro do injector, a mesma condicionará a disposição dos injectores na cabeça do queimador. Este fenómeno de arrastamento explicar-se-á, com maior pormenor, no capítulo 2.

Na figura 1.2 está a imagem de um dos injectores presentes no queimador, bem como a imagem do queimador com os respectivos injectores. Numa das relações assumidas durante o seu estudo, Vaz [14] adoptou a condição  $S/H=1$ , isto é, a metade da distância entre o eixo que passa no centro dos injectores ( $S$ ) é aproximadamente igual à distância desse mesmo eixo para com o limite do queimador ( $H$ ). Também estão incluídos na figura outros parâmetros, tais como, o diâmetro dos injectores ( $d_n$ ), o raio exterior do queimador ( $R$ ) e também o raio da coroa de injectores ( $R_j$ ).



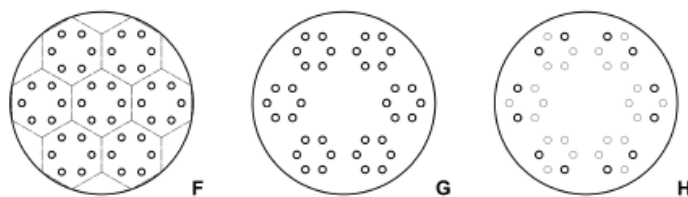
**Figura 1.2** - Injector e parte do queimador com os injectores (adaptado D.Vaz [14] ).

São inúmeras as disposições disponíveis que podem ser adoptadas no queimador. Na figura 1.3 estão alguns exemplos, demonstrando algumas das diferentes hipóteses possíveis. Embora seja possível a criação de muitas disposições, o objectivo deste trabalho é encontrar outras soluções além daquelas demonstradas na figura, de modo a que, a área de injeção seja sempre a mesma [14], aliando uma boa taxa de arrastamento com um diâmetro mais reduzido.



**Figura 1.3** - Disposições possíveis de injectores no queimador [14]

Tendo em conta o exemplo B da figura 1.3 estamos perante uma hipótese que nos fornece uma boa taxa de arrastamento, mas com um diâmetro elevado. Pelo contrário, a hipótese E apresenta uma fraca taxa de arrastamento, sendo no entanto de menores dimensões. Como hipótese ao pretendido, a figura 1.4 esboça uma situação possível de conciliar todos os factores anteriormente descritos.



**Figura 1.4** - Disposições dos injectores no queimador para estudos futuros [14]

Nesta figura constata-se a existência de arranjos de injectores dispostos em forma hexagonal. Pretende-se com a mesma, demonstrar que são possíveis disposições de arranjos em que nem todos os injectores se encontram em funcionamento ao mesmo tempo. Analisando o exemplo H, verifica-se a existência de injectores mais evidenciados em relação a outros, significando que há injectores em funcionamento, enquanto outros estão parados. Ora, comparando o exemplo H com o exemplo C,

podemos concluir visualmente que não é necessário o funcionamento de todos os injectores em simultâneo, levando a uma maior resistência do material.

São estes pequenos detalhes, que permitem concluir que outras disposições são possíveis, podendo levar a estudar novas formas de escoamento.



## **1.2 - Contribuições do Presente Trabalho**

Este trabalho consiste no estudo da técnica da aerodinâmica interna de câmaras de combustão cilíndricas, para a aplicação da técnica de combustão sem chama visível. Este projecto, vem no seguimento de um anterior trabalho elaborado no DEMI [14], e que exemplifica a técnica de combustão, FLOX. A Secção de Mecânica dos Fluidos e Termodinâmica Aplicada do DEMI (SMFTA/DEMI), tem contribuído para a investigação desta técnica, com o objectivo de reduzir drasticamente as emissões de NO<sub>x</sub>.

No início deste trabalho foram estabelecidos alguns objectivos:

- Compreender os aspectos teóricos do desenvolvimento dos jactos e do fenómeno de arrastamento.
- Estudar numericamente o caso de um único jacto circular livre para evoluir na curva de aprendizagem das ferramentas *Gambit* (geração de malha) e *Fluent* (CFD).
- Comparar a solução numérica com solução analítica.
- Identificar configurações de múltiplos jactos com interesse para aplicação da técnica de combustão FLOX.
- Estudar o modelo analítico e gerar soluções para aquelas configurações.
- Obter as respectivas soluções numéricas e comparar com as soluções analíticas.

## 2. Jactos

### 2.1 - Estrutura

#### 2.1.1 - Desenvolvimento do Jacto

Neste capítulo, far-se-á uma breve introdução acerca do comportamento dos jactos e da sua importância. O grande interesse no que respeita aos jactos, é a sua elevada importância em termos tecnológicos em aplicações industriais, como por exemplo nos aviões ou em turbinas a gás.

Um jacto não é nada mais do que a emissão continua de um fluído, por intermédio de um bocal ou de um orifício num determinado tipo de ambiente, como por exemplo, numa atmosfera em repouso. Esta situação é representada através da figura 2.1, onde se mostra o comportamento de um jacto circular turbulento que entra em contacto com uma atmosfera em repouso com uma velocidade constante  $U_0$ , proveniente de um injector de diâmetro  $d_n$ .

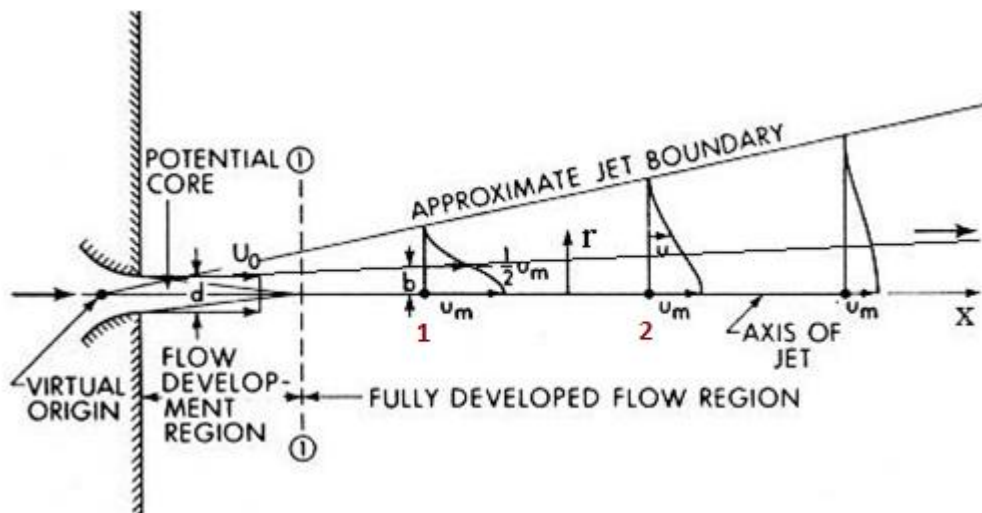


Figura 2. 1 - Jacto circular livre [11]

O jacto pode subdividir-se em 2 regiões distintas: região inicial e região desenvolvida do jacto. No caso da região inicial, esta é caracterizada pelo comprimento do denominado cone potencial, que corresponde à zona onde a velocidade no interior do jacto é igual a  $U_0$  (saída do injector), devido ao facto de o jacto não ter entrado em contacto com o fluído exterior e as tensões de corte ainda não terem actuado. Também

tem de se ter em conta, a camada de corte do jacto, camada essa que separa o jacto do fluído exterior. Assim sendo, o perfil de velocidades na saída do bocal do injector apresenta uma forma rectangular, representativa de um escoamento laminar, devido à não interacção com o fluído circundante, acabando o perfil por assumir progressivamente uma forma semelhante a um sino, à medida que se afasta do bocal do injector. Na região desenvolvida do jacto, o mesmo já se encontra em contacto com o fluído exterior, o que faz com que haja uma redução da velocidade sobre a linha central,  $U_m$ , dando lugar à formação de turbilhões responsáveis pela mistura entre o fluído exterior e o próprio jacto. Esta situação é resultante da difusão de quantidade de movimento que é de natureza molecular no caso laminar e mais intenso no regime turbulento. Este fenómeno designa-se por “arrastamento” de massa do fluído em redor do jacto, levando a que haja um aumento do caudal interior do jacto no sentido do escoamento, implicando um alargamento do jacto. A energia necessária para provocar este fenómeno, provem do próprio jacto. Outro ponto importante relaciona a componente transversal da velocidade (eixo das ordenadas) em qualquer secção quando comparada com a componente longitudinal (eixo das abcissas). Na maioria parte dos problemas em engenharia a componente transversal, quando comparada com a componente longitudinal, é tão pequena, que pode fazer com que muitas vezes seja desprezada.

É também importante realçar um ponto presente na figura 2.1, denominado por origem virtual do jacto (“virtual origin”). Este ponto é um ponto fictício, determinado através de várias experiências referenciadas por alguns autores [2, 4, 9], que provam a auto-similaridade dos perfis de velocidade (que será explicada com mais pormenor na secção 2.2):

$$\frac{U_1}{U_{1,m}} = f\left(\frac{y_1}{b_1}\right) \quad (2.1)$$

onde,  $y_1$ , é a distância do eixo de simetria até um ponto local do perfil 1;  $b_1$ , é a distância desde o eixo de simetria até ao ponto do perfil 1 onde a velocidade é  $\frac{1}{2}U_m$ . A união de todos os pontos  $b$ , pontos esses de perfis diferentes, definem os limites do jacto. Através do cálculo adimensional da equação 2.1, entre a velocidade local do perfil

1,  $U_1$ , e a velocidade máxima dessa mesma secção,  $U_{1,m}$ , são obtidas várias rectas que convergem para a origem virtual.

A sua localização, não tem necessariamente de coincidir com o centro de secção de saída do bocal do injector.

Esta origem virtual torna-se importante, pois à medida que se afasta da origem, a dimensão do jacto mostra-se pouco significativa, passando a admitir-se que a emissão é proveniente dessa origem (isto se o estudo não se incidir sobre a região inicial, situação aqui em análise).

O importante neste estudo, não é a região em que jacto e fluído exterior ainda não se misturaram, mas sim, em zonas afastadas da origem (em casos relativos ao controle de poluição por exemplo.)

Em seguida irá ser apresentado um estudo bidimensional, de uma situação semelhante à apresentada na figura 2.1, obtida a partir das ferramentas *Gambit* e *Fluent*.

### **2.1.2 - Jactos Livres e Confinados**

O presente capítulo pretende apresentar uma breve introdução acerca da diferença entre jactos livres e confinados. Este trabalho, apresenta apenas resultados de configurações de jacto não confinados, em que os jactos se comportam como jactos livres, e tendo em conta todas as variáveis que compõem estas configurações, tornaria o processo mais demorado.

Os jactos não confinados, são aqueles que não se encontram inseridos em nenhuma câmara de combustão, como acontece nas turbinas a gás, onde o fluído injectado entra em contacto com o fluído exterior, não havendo zonas de recirculação provocadas pelas paredes da câmara de combustão. Em relação a jactos confinados, foram feitos estudos que demonstram os vários tipos de situações confinadas que podem existir [3], e através dos seus estudos observa-se a influência das paredes da câmara de

combustão, no desenvolvimento do jacto, no seu interior. A existência de paredes implica o aparecimento de zonas de recirculação, zonas essas, zonas essas importantes no processo da queima dos gases, de forma a diminuir a emissão de  $NO_x$ .

Neste trabalho limita-se a aplicação da ferramenta analítica, à situação de jactos livres, pela razão acima mencionada. Significa isto, que não se consideram as configurações confinadas (que são a aplicação final em turbinas a gás), uma vez que o modelo não seria capaz de captar a complexidade tridimensional, associada às zonas de recirculação.

### 2.1.3 - Jactos Laminares e Turbulentos

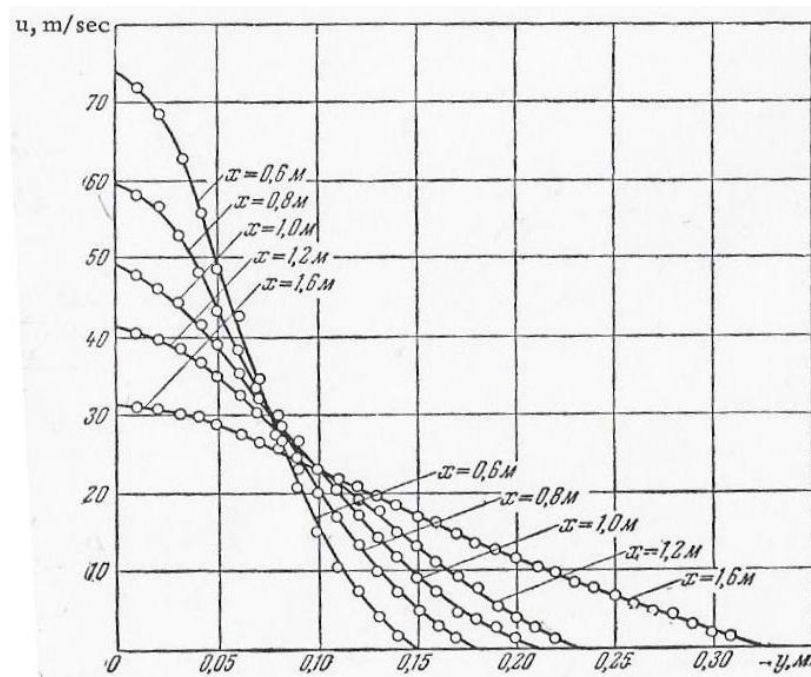
Segundo o estudo de alguns autores – Buguslawski et al. [4] – nas situações em que os jactos livres são circulares, para números de Reynolds superiores a 1000, estes podem ser tratados como turbulentos. No caso de jactos o número de Reynolds é definido pela fórmula adimensional  $Re = \rho V d_n / \mu$ , em que  $V$  e  $d_n$  são, respectivamente, a velocidade de injeção e o diâmetro no plano de saída do bocal onde o jacto emana. Foram consideradas pelos mesmos autores, diversas teorias que os levaram a admitir as seguintes conclusões, para jactos circulares:

- a)  $Re < 300$  , o jacto pode-se considerar laminar
- b)  $Re > 2500$  , provavelmente será turbulento, logo a partir da origem
- c)  $300 < Re < 2500$ , deverá existir na zona inicial um escoamento laminar, tanto menor em extensão quanto maior o valor de  $Re$ , seguindo-se uma região turbulenta.

De acordo com dados relativos ao estudo apresentado nos capítulos seguintes, chega-se à conclusão que os casos apresentados apresentam um número de Reynolds superior a 2500 (tendo em conta os casos estudados, o número de Reynolds apresenta-se entre a seguinte gama de valores:  $8,51 \times 10^4 < Re < 1,7 \times 10^5$ ), logo reúnem características que nos permitem considera-los como turbulentos.

## 2.2 - Auto-semelhança de jactos livres

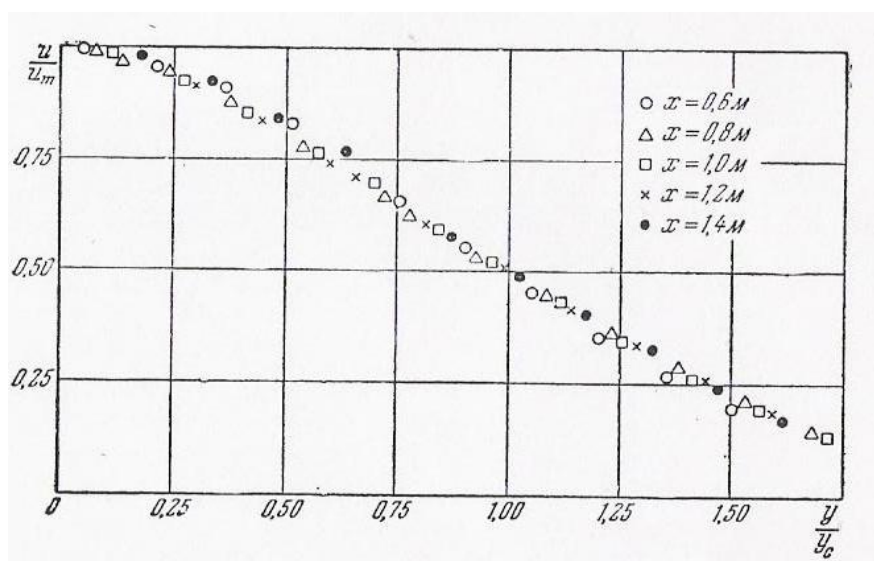
Como demonstrado na figura 2.1, à medida que se afastam do bocal dos injectores, os perfis de velocidades adquirem diferentes formas. No entanto, também adquirem algumas particularidades, as quais foram obtidas através de estudos feitos por diversos autores.



**Figura 2. 2** - Perfis de velocidade de um escoamento com  $U_0 = 87 \text{ m/s}$  e  $dn = 0.45 \text{ m}$ . [13]

Segundo as experiências levadas a cabo por Trüpel [13], o autor chegou aos resultados apresentados na figura 2.2. Estão representados diferentes perfis de velocidade, provenientes do escoamento de um jacto circular turbulento, que entra em contacto com uma atmosfera em repouso, sendo  $y$  a distância do eixo de simetria que passa no centro do injector até a um determinado ponto local do perfil de velocidades. Os perfis representados assemelham-se a cortes transversais de um escoamento, com  $U_0 = 87 \text{ m/s}$  e  $dn = 0.45 \text{ m}$  para diferentes distâncias  $x$  do bocal do injector. Conforme já foi referido, a velocidade máxima que cada perfil exhibe,  $U_m$ , será tanto menor quanto maior a distância ao bocal do injector. Com isso, e devido à interacção com o fluido exterior em que o jacto é inserido, a região interior do perfil irá alargar cada vez mais.

Outras conclusões foram retiradas a partir do mesmo estudo. De modo a provar-se que esta situação se repete para todos os casos semelhantes, independentemente do diâmetro do injector,  $dn$ , ou da velocidade inicial de escoamento,  $U_0$ , Trüpel [13] decidiu apresentar os mesmos perfis mas de forma adimensionalizada, com o intuito de abranger todos os casos de estudo que se queiram estudar no futuro e de demonstrar que, há semelhanças entre diferentes perfis de velocidade ao longo do jacto, independentemente da zona em que se esteja a estudar o jacto. Estes estudos foram igualmente referidos por outros autores [2].



**Figura 2.3-** Perfis de velocidade de um escoamento com  $U_0 = 87 \text{ m/s}$  e  $dn = 0.45 \text{ m}$  adimensionalizado. [13]

A figura 2.3 representa os mesmos perfis apresentados na figura 2.2, mas em vez de se demonstrar o valor da velocidade máxima  $U_m$  nos perfis de velocidade, Trüpel decidiu obter o rácio entre a velocidade local de um determinado perfil,  $U_1$ , perfil esse que iremos designar por perfil 1 e a velocidade máxima desse mesmo perfil  $U_{1m}$ . Da sua análise e em vez da distância  $x$  ao bocal do injector foi obtido o rácio entre a distância  $y_1$ , desde o eixo de simetria de um determinado ponto local pertencente ao perfil 1, e a distância  $y_{c1}$  do eixo de simetria, até ao ponto em que a velocidade é metade da velocidade máxima no eixo de simetria  $U_m$ , desse mesmo perfil.

A partir dos resultados obtidos na figura 2.3, os autores dos estudos concluíram as seguintes equações quando comparadas as velocidades de um e de outro perfil:

$$\frac{U_1}{U_{1m}} = \frac{U_2}{U_{2m}} \quad (2.2)$$

em que  $U_1$  e  $U_2$  são as velocidades de um ponto local, dos perfis de velocidade 1 e 2 (v. figura 2.1);  $U_{1m}$  e  $U_{2m}$  correspondem à velocidade máxima dos respectivos perfis de velocidade. Da mesma forma chegaram a outra equação:

$$\frac{y_1}{y_{c1}} = \frac{y_2}{y_{c2}} \quad (2.3)$$

Devido à auto-semelhança dos perfis, podemos aproximar perfis de velocidade através de uma expressão analítica, ficando a conhecer todo o campo de velocidades do jacto. Esta ferramenta será descrita no capítulo 4.2. Em seguida irá ser apresentado um estudo bidimensional, de uma situação semelhante à apresentada na figura 2.1, obtido a partir das ferramentas *Gambit* e *Fluent*.

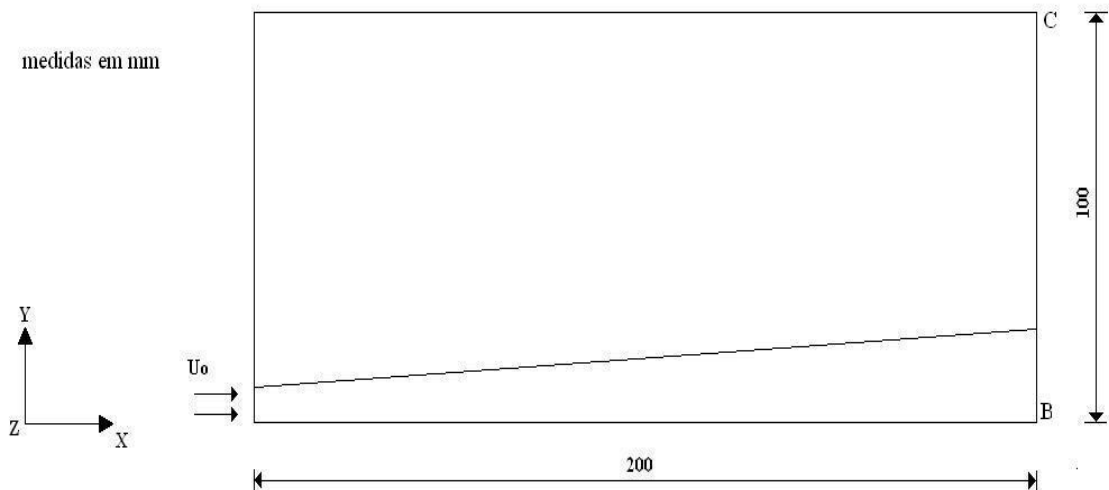


### 3. Estudo Numérico de um Jacto Circular

#### 3.1 - Descrição de Problema Bidimensional

Depois de uma breve introdução teórica acerca dos jactos, irá ser modelado numericamente um caso bidimensional, de forma a observar o comportamento dos perfis de velocidade, no tocante à auto-similaridade entre perfis, usando as ferramentas de auxílio (*Gambit e Fluent*).

Assim sendo, o caso em análise, corresponde ao estudo e comportamento de um jacto circular livre (de diâmetro  $d_n = 20$  mm) e velocidade de injeção constante de  $U_0 = 20$  m/s incidindo numa atmosfera em repouso.



**Figura 3.1** - Caso bidimensional de um jacto circular livre.

Para o caso acima referido, adoptaram-se os limites de domínio criados. Para casos futuros, os critérios para estipular os limites de domínio, irão ser diferentes, de modo a que na região B, a velocidade seja  $0,1U_0$  da velocidade injectada, e na região C, seja  $0,01U_0$  da velocidade injectada.

Como referido anteriormente, o estudo deste caso vai utilizar ferramentas *Gambit e Fluent*, as quais nos permitem através de simulações numéricas, adquirir

dados necessários à compreensão do comportamento do jacto livre, quando inserido num ambiente em repouso.

Inicialmente, com a ferramenta *Gambit*, é criada a modelação geométrica (neste caso bidimensional) e posteriormente, a geração da malha da situação transcrita atrás. Esta irá ser mais tarde, exportada para o programa *Fluent*.

A geração da malha torna-se um aspecto muito importante na obtenção dos resultados finais, e com o programa *Gambit*, o utilizador tem a possibilidade de estipular superfícies, funções de crescimento e tipo de fronteiras, entre outras que permitam, aquando exportado para o *Fluent*, analisar os resultados obtidos.

### **3.2 - Ferramentas Numéricas**

O escoamento dentro da câmara de combustão vai ser estudado recorrendo à dinâmica dos fluidos computacional (CFD – Computational Fluid Dynamics). Esta ferramenta permite ao utilizador modelar qualquer escoamento, tanto em casos bidimensionais, como tridimensionais.

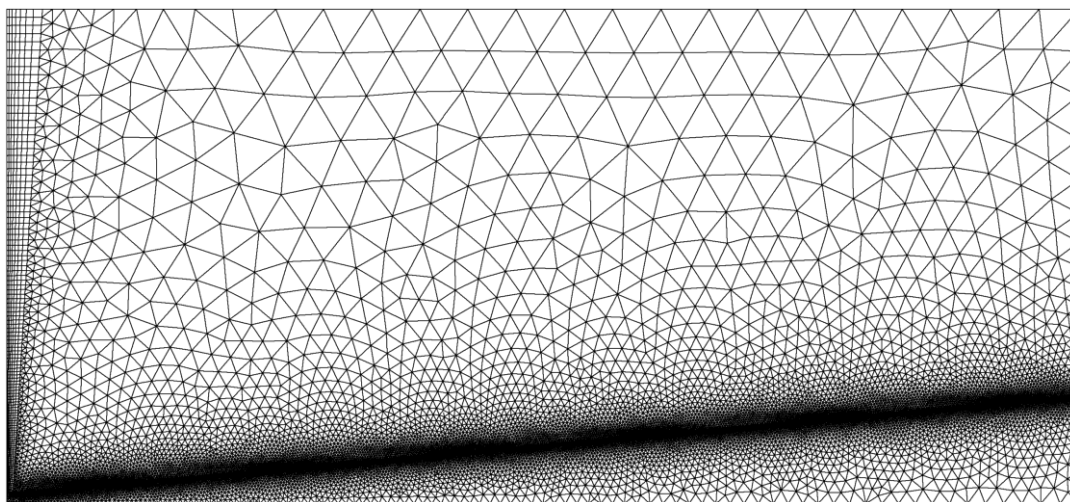
A ferramenta CFD utilizada é o código comercial *Fluent* (versão 6.2.16). Esta ferramenta, permite obter a simulação de escoamentos dos fluidos compressíveis ou incompressíveis, laminares ou turbulentos, em situações complexas, de forma eficaz e rápida e pouco dispendiosa, consoante o modelo de turbulência adoptado. A performance desta ferramenta dependerá de vários factores como por exemplo o tamanho da malha, as condições impostas nas fronteiras, entre outras. Compete ao utilizador, definir os parâmetros necessários e com estes, conseguir criar modelos o mais aproximado possível dos casos em estudo.

Outra ferramenta de auxílio, é o software *Gambit* que nos permite gerar uma malha bidimensional ou tridimensional, posteriormente analisada na ferramenta *Fluent*.

Numa primeira fase, é realizado um pré-processamento através do aplicativo *Gambit*, seguindo-se a construção da malha. Por sua vez, a malha acaba por ser exportada pelo *Fluent*, exercendo posteriormente às simulações pretendidas pelo utilizador.

### **3.3 - Discretização do Domínio**

Tendo em conta a importância da geração da malha na obtenção dos resultados finais para o caso bidimensional, foi desenvolvida uma malha dentro do espaço já referido, representativa do jacto livre.



**Figura 3.2** - Malha do jacto livre.

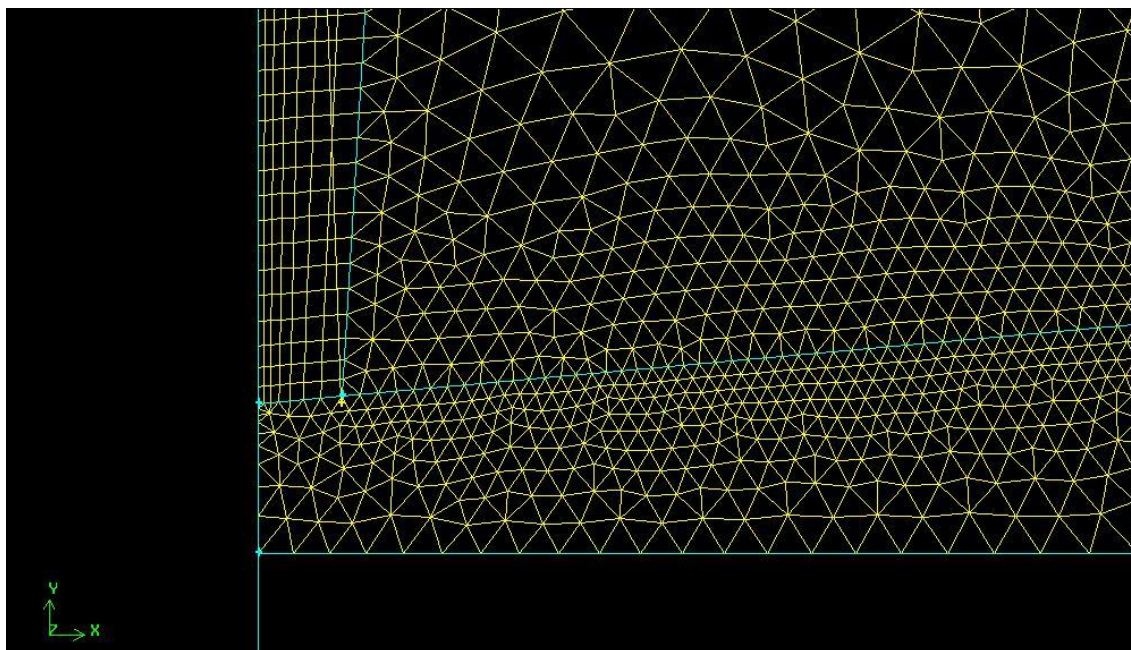
A malha na figura 3.2, constituída por 29243 elementos, foi obtida com auxílio de funções de crescimento, de modo à malha se apresentar de forma uniforme, isto é, a distância desde o centro geométrico de determinada célula até à sua fronteira, deve ser aproximadamente a mesma para todas as células ao seu redor, relativamente ao correspondente centro geométrico e respectiva fronteira.

Considerando o problema como axisimétrico, e o seu eixo de axisimetria a atravessar o injector, a malha representa a metade superior do jacto de modo a facilitar os cálculos. Maioritariamente composta por elementos triangulares, é também constituída por elementos rectangulares na zona da parede para uma melhor visualização do que acontece junto à mesma.

Na sua modelação, na figura 3.2, denota-se uma malha mais refinada junto à parede devido ao aparecimento da camada limite, pelo que é preciso algum cuidado aquando da realização dos estudos, sendo estas zonas as mais propícias à ocorrência de

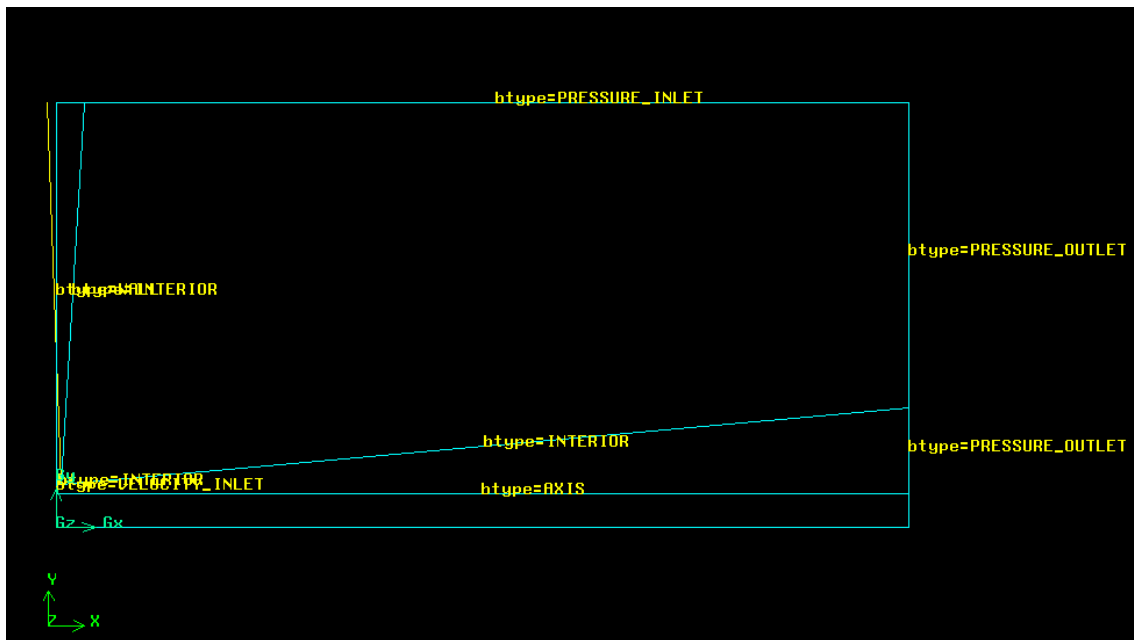
fenómenos, nomeadamente o aparecimento de recirculações. Este refinamento será mais visível na figura 3.3. Um dos factores a ter em atenção no refinamento das células, junto a zonas mais críticas, é os valores de  $y^+$  serem respeitados. O  $y^+$  é uma grandeza adimensional que caracteriza a espessura da camada viscosa. Em casos em que a malha não é suficientemente refinada utilizam-se as leis de parede (caso os valores de  $y^+$  sejam entre 11,25 e 250), minimizando o tempo de cálculo. Assim sendo, o valor de  $y^+$  vai depender da forma como a malha for modelada. Nesta situação, os valores a considerar têm de ser inferiores a 11,25. Segundo alguns estudos já feitos [5], é recomendado que as primeiras células juntas à parede, estejam com os valores de  $y^+$  próximos de 1, embora seja aceitável que os valores de  $y^+$  possam ser inferiores a 4 ou 5. Neste caso, o valor máximo obtido é de  $y^+ = 1,7733$ .

Na figura 3.3 está representada mais ao pormenor, a zona do jacto à entrada. Como é visível, os elementos junto à entrada do jacto estão mais refinados e confinados. Foi igualmente criado um elemento considerado como interior, representativo da fronteira entre o jacto e o fluído exterior. Para o cálculo da sua inclinação, foi considerado um ângulo de  $5.0^\circ$ , por este ser um semi-ângulo de abertura dos jactos que se encontra na natureza.



**Figura 3.3** - Detalhe da zona do jacto à entrada.

Durante o processo de desenvolvimento da malha, é também importante impor as condições de fronteira. Na figura 3.4 está demonstrado a malha com as respectivas condições de fronteira que foram utilizadas. Na parede do queimador, usou-se a condição “wall”, na entrada do jacto a condição “velocity\_inlet” e na camada limite “Interior”.



**Figura 3.4** - Condições de fronteira aplicadas na malha.

Assim sendo após a construção da malha, é altura de proceder à exportação desta para a ferramenta *Fluent*. É nesta ferramenta que se vai poder observar o escoamento no seu interior.

Ao transpor a malha para o *Fluent*, deve-se definir o modelo de turbulência a aplicar, tendo em conta o facto de o escoamento ser turbulento e não laminar. Vários são os modelos existentes. Dentro do modelo  $k - \varepsilon$  destacam-se 3:

- modelo  $k - \varepsilon$  standard
- modelo  $k - \varepsilon$  RNG
- modelo  $k - \varepsilon$  Realizable

Alguns dos factores que nos permitem a escolha destes modelos, podem ser o factor tempo e os recursos computacionais disponíveis para proceder à sua simulação. O

modelo  $k-\varepsilon$  RNG apresenta uma forma algo similar ao modelo padrão, incluindo alguns refinamentos, como a introdução de termos adicionais na dissipação turbulenta, que melhoram a precisão para escoamentos confinados, a inclusão dos efeitos de rotação em escoamentos turbulentos e a introdução de uma fórmula obtida analiticamente para a viscosidade efectiva que tem em conta os efeitos de baixos números de Reynolds (já que o modelo padrão contempla somente efeitos de altos números de Reynolds).

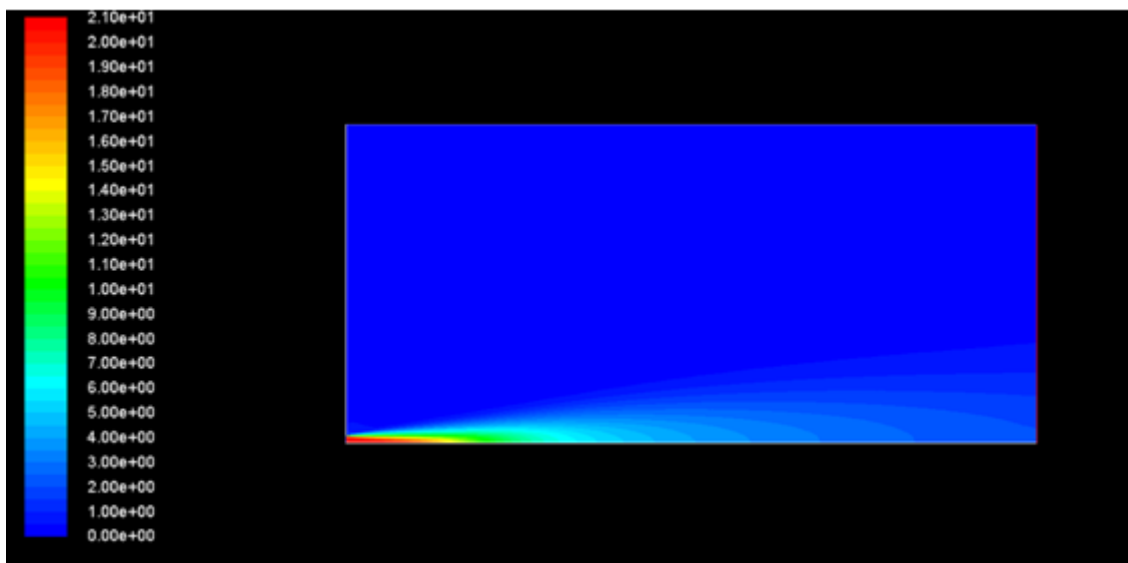
O modelo  $k-\varepsilon$  Realizable difere do modelo padrão em dois aspectos diferentes: contém uma nova formulação para a viscosidade turbulenta e uma nova equação de transporte para a taxa de dissipação  $\varepsilon$ , que foi derivada da equação exacta de transporte da flutuação de vorticidade média. Um benefício imediato deste modelo é possuir um melhor desempenho em escoamentos envolvendo rotação e camadas limites sujeitas a elevados gradientes de pressão adversos, mas também sujeitos a separação e recirculação.

Modelos mais elaborados são constituídos por mais de duas equações de transporte. Para a realização deste caso, foi então escolhido o modelo  $k-\varepsilon$  Realizable. (modelo mais indicado para prever a propagação de jactos planos ou jactos circulares e pelo benefício que este modelo traduz) [5].

É também importante ter em conta os critérios de discretização a escolher. A obtenção de dados numéricos do *Fluent*, é fundamentado no método dos volumes finitos baseado nos elementos em que consiste a malha importada. É do interesse de quem faça a simulação que, as funções de interpolação feitas entre os elementos, seja o mais rápida e precisa possível. Neste caso, a função de interpolação usada foi de segunda ordem (second opwind scheme).

### **3.4 - Solução Numérica**

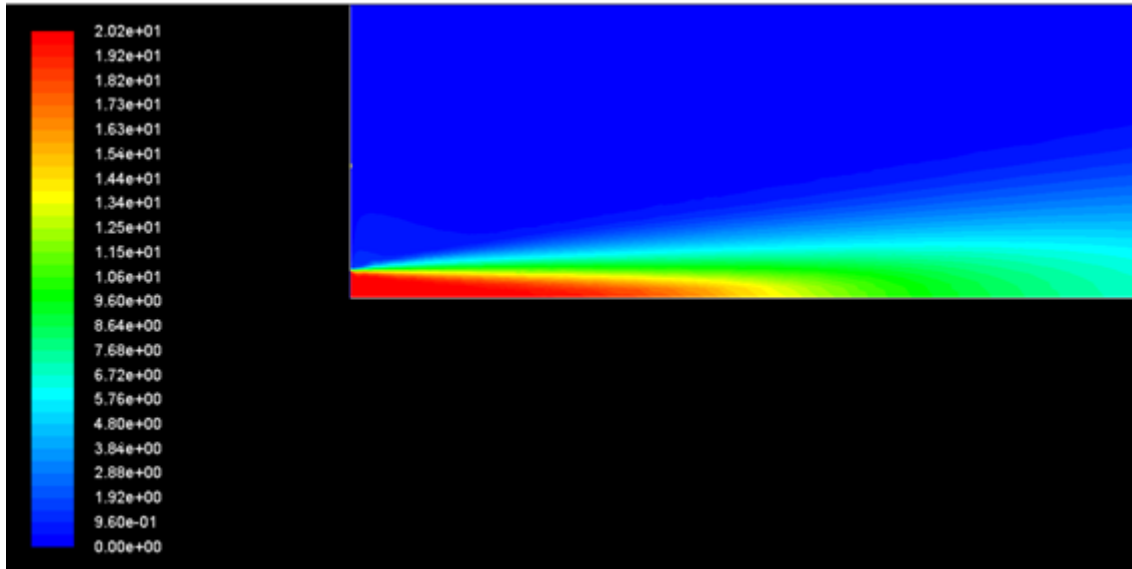
Após a criação da malha, o ficheiro foi importado para a ferramenta *Fluent*, tendo por objectivo proceder à simulação do caso bidimensional. Com escolha do modelo de turbulência anteriormente referido e do critério de discretização, foram obtidos os resultados que são visíveis na figura 3.5 e figura 3.6, esta última de forma mais detalhada da entrada do injector.



**Figura 3.5** - Valores da velocidade obtidos no caso bidimensional de um jacto.

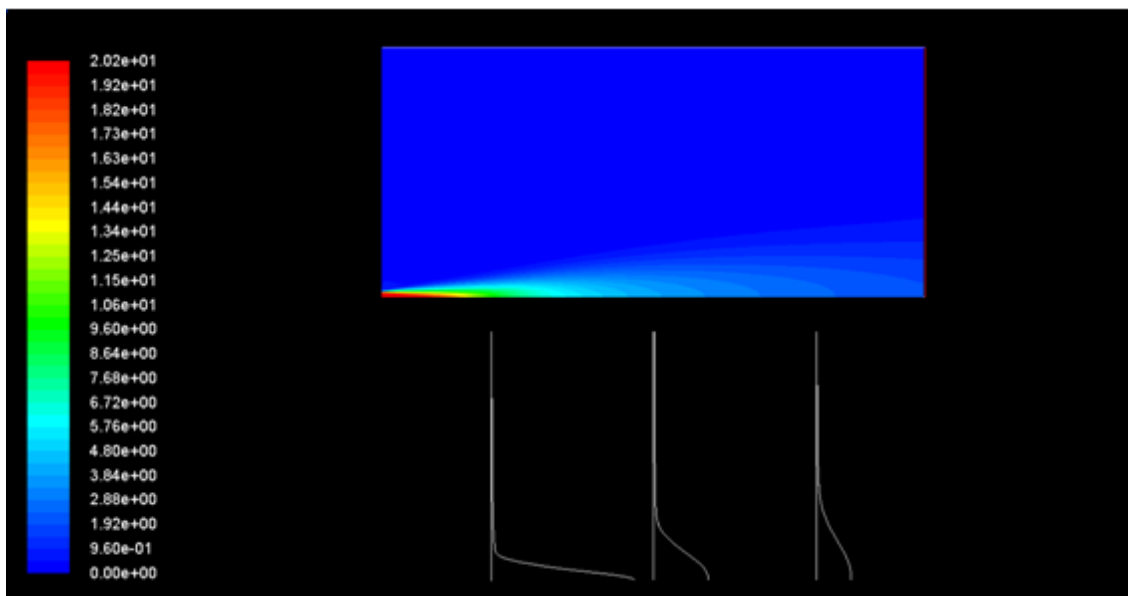
Através da escala presente na margem esquerda da figura 3.5, podemos observar, que como esperado, a velocidade à saída do bocal é a velocidade de injeção ( $\approx 20$  m/s), devido ao jacto nessa zona ainda não entrar em contacto com o fluído ambiente, presente no espaço. À medida que se afasta do bocal do injector, a velocidade no eixo central vai sendo cada vez menor, devido ao arrastamento de massa do fluído em redor do jacto. Acima da entrada do jacto, os valores da velocidade obtidos são praticamente nulos. Na figura 3.6 está presente de forma mais detalhada a zona de entrada do jacto.





**Figura 3.6** - Detalhe das velocidades na entrada do jacto.

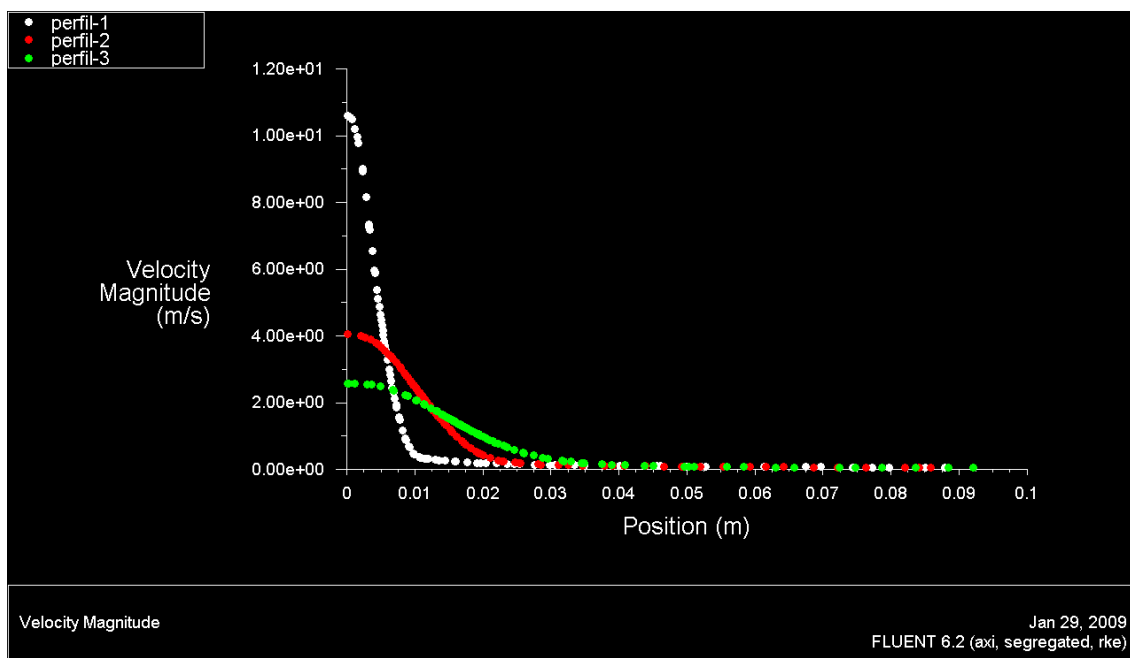
Assim sendo, com auxílio do *Fluent* [5], foram criadas linhas de perfil à distância de 2 diâmetros (perfil 1), 5 diâmetros (perfil 2) e 8 diâmetros (perfil 3) da entrada do injecto, de modo a ver através do comportamento do escoamento, os perfis de velocidade nesses locais. Estes perfis, são mostrados na figura 3.7 por essa mesma ordem, da esquerda para a direita.



**Figura 3.7** - Perfis de velocidade à distância de 2, 5 e 8 diâmetros.

Como deduzido anteriormente, uma maior proximidade da entrada do injecto, implica maiores valores de velocidades. Pelos perfis de velocidades confirmamos essa

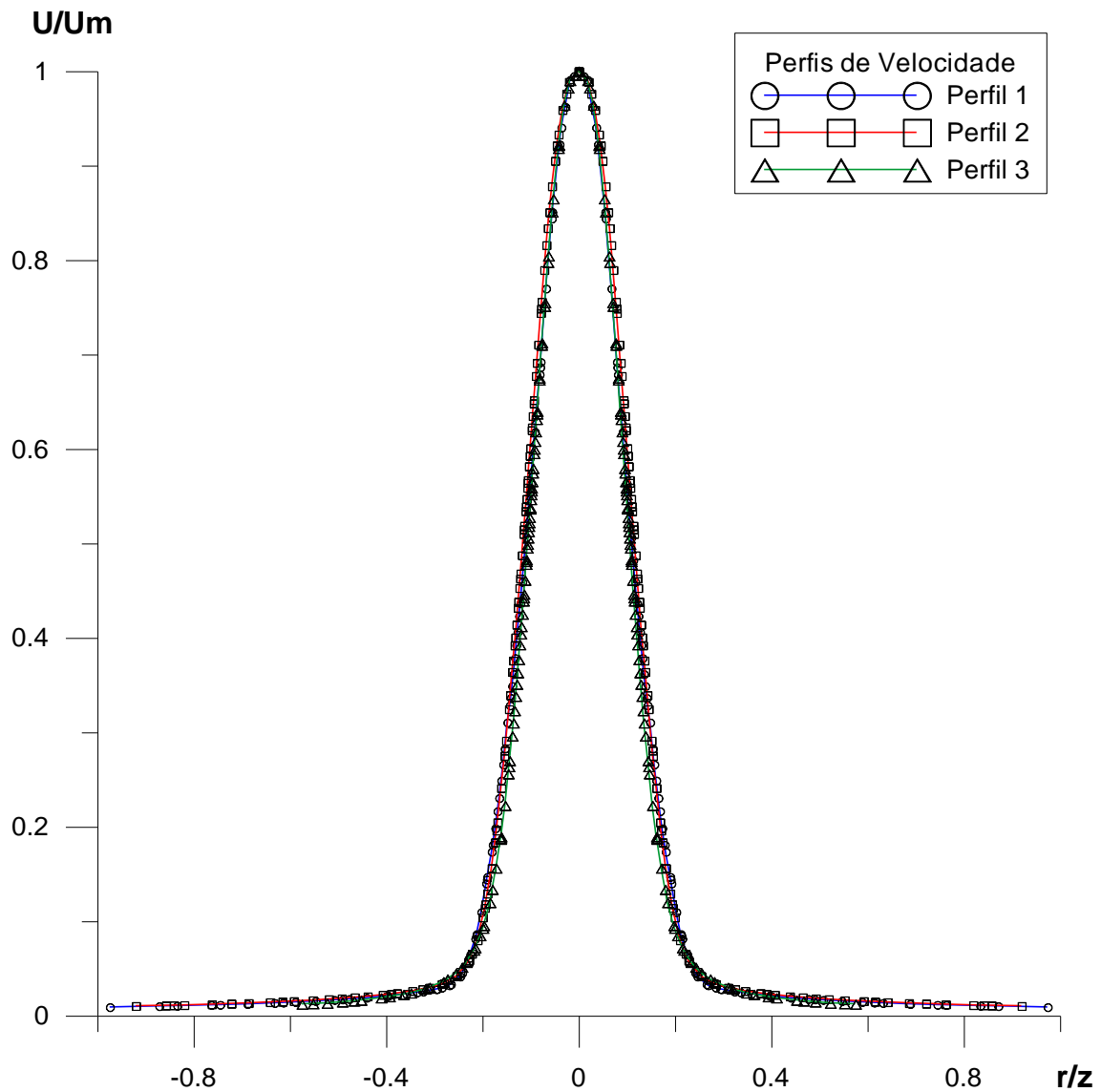
dedução, pois o perfil mais a esquerda (perfil 1) tem uma amplitude de curva maior que os restantes (perfil 2 e 3) devido a essa mesma razão. Pela figura 3.8 torna-se mais evidente essa situação.



**Figura 3.8** - Valores dos perfis de velocidades.

De forma mais pormenorizada, pode-se ver os vários pontos dos perfis criados, em que a união desses mesmos pontos permite a obtenção dos perfis de velocidade. Da leitura do gráfico, é possível concluir que o perfil 1 (branco) é o que atinge maiores valores de velocidade, no eixo de simetria que atravessa o centro do injetor, devido à sua proximidade do bocal do mesmo. O contrário acontece para o perfil 3 (verde) onde apresenta valores menores.

A figura 3.9, representa os perfis de velocidade adimensionalizados obtidos nesta simulação numérica num gráfico em que no eixo das ordenadas, está representado o rácio da velocidade de um ponto local com a velocidade máxima do jacto  $U/U_m$ , e no eixo das abcissas o rácio da distância do ponto em estudo com a distância do injetor até ao ponto em estudo  $r/z$ .



**Figura 3.9** - Perfis de velocidade adimensionalizados.

Constata-se que os perfis são semelhantes e que se sobrepõem, independentemente da distância ao bocal do injetor, conforme acontece no estudo experimental de Abrahamovich [2], citando Trüper [13] (v. figura 2.4).

## 4. Estudo Analítico

### 4.1 - Introdução

Após o estudo bidimensional do comportamento de um escoamento proveniente de um jacto livre circular quando incidindo numa atmosfera em repouso (apenas no caso bidimensional), compete agora averiguar o estudo nas situações em que não se encontra apenas um jacto mas sim, múltiplos jactos de modo a perceber-se de que forma a intersecção dos escoamentos por si provocados, influência a taxa de arrastamento em espaços não confinados. Esses jactos podem ser dispostos de inúmeras formas no queimador, tal como por exemplo em forma de coroa. É de grande interesse identificar de que modo se pode garantir uma configuração, das muitas possíveis, que permita oferecer uma melhor taxa de arrastamento e volumes totais de gases arrastados até um determinado instante de tempo. Para este facto, e de forma a evitar um extenso trabalho na elaboração dessas configurações em simulações numéricas, foi então decidido implementar o estudo das mesmas situações mas de forma analítica, permitindo uma redução do tempo de estudo para os diversos casos possíveis, com auxílio de ferramentas tais como, o *Matlab* ou o *Maple*. A configuração, que confere uma melhor taxa de arrastamento, irá ser posteriormente simulada numericamente no *Fluent* de forma a serem discutidos os seus resultados.

Actualmente são feitos esforços no sentido de aplicar a técnica de combustão sem chama visível a câmaras de combustão anelares de turbinas a gás. Neste tipo de equipamentos como referido anteriormente, os jactos podem ser dispostos em coroas circulares, distribuídas ao longo do contorno da câmara anelar. As configurações possíveis irão depender do número de coroas e o seu raio  $R_j$ , do número de jactos e também do diâmetro dos injectores (ver figura 1.2). Todas estas variáveis vão depender da escolha da configuração, consoante a que apresentar a mais promissora taxa de arrastamento.

Para o estudo analítico das situações pretendidas no futuro ao nível do campo de velocidade, foi escolhido o programa *Matlab* em detrimento do *Maple* por duas razões: o tempo de cálculo no programa *Matlab* é muito inferior ao do *Maple*, quando testado em situações idênticas; facilidade do *Matlab* operar com matrizes, o que para um estudo tridimensional torna-se vantajoso.

## **4.2 - Jacto Único**

### **4.2.1 - Obtenção da Solução Analítica**

Alguns autores tentaram desenvolver teorias que conseguissem descrever um jacto livre turbulento. Viegas [15] fez um comparativo dessas teorias e segundo o mesmo, basearam-se na teoria indutiva de Reichardt [12] de forma a descrever analiticamente o jacto livre circular turbulento.

Seguindo as mesma ideias de Viegas, Vaz [14] chegou à equação 4.1, proveniente de um jacto único de diâmetro  $d_n$  e velocidade inicial  $U_0$ , representativa da velocidade de entrada dos jactos, considerando para esta situação  $z = 0$  a face do queimador:

$$u_{z,j}(z, r) = k_0 U_0 \frac{d_n}{z} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{r}{kz} \right)^2} \quad (4.1)$$

onde  $k_0$  e  $k$  são coeficientes de jacto livre ( $k = 0,09$ ). Ambos os coeficientes estão relacionados um com o outro através da seguinte fórmula:

$$k_0 = \frac{1}{2k} \quad (4.2)$$

A partir da equação 4.1, consegue-se obter uma nova equação representativa da velocidade na linha central do jacto,  $u_{z,CL}(z)$ , que obviamente vai diminuindo em  $z$ :

$$u_{z,CL}(z) = k_0 U_0 \frac{d_n}{z} \quad (4.3)$$

Combinando a equação 4.1 e 4.3, obtém-se a equação na forma adimensional (eq. 4.4) compatível com a representação no gráfico 3.9:

$$\frac{u}{U_m} = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{r}{kz}\right)^2} \quad (4.4)$$

Assim foi concluído que a velocidade no eixo do jacto será  $U_0$  em  $z = k_0 d_n$ . Torna-se igualmente importante saber em que altura ocorre a ignição, isto é, descrever a posição das partículas do fluído em função do tempo desde a injeção (eq. 4.5). Vaz [14], conclui que a ignição ocorre antes de haver interacção dos jactos entre si.

A posição longitudinal do fluído de partículas é dado pela equação 4.5 [14]:

$$t - t_0 = \int_{z_0}^z \frac{1}{u_z(z)} dz \quad (4.5)$$

A camada limite que é desenvolvida a partir do bocal do injector coalesce a uma determinada distância. Esta situação define o cone potencial, apresentado na figura 2.1, onde a velocidade é  $U_0$  no seu interior e fora do cone potencial a velocidade da linha central irá decrescer conforme a equação 4.3. O comprimento desse cone potencial pode ser representado por:

$$z_0 = k_0 d_n \quad (4.6)$$

e o tempo que demora a atravessar esse comprimento é  $t_0 = z_0/U_0$ . Por outro lado o tempo que uma partícula demora a percorrer uma distância  $z$ , a partir da origem do jacto é a soma de  $t_0$  e o tempo obtido da equação 4.5, resume-se a:

$$t(z) = \frac{z_0}{U_0} + \int_{z_0}^z \frac{z}{U_0 z_0} = \frac{1}{2} [1 + (z/z_0)^2] \frac{z_0}{U_0} \quad (4.7)$$

em que, na forma adimensionalizada pelo tempo da cinética química ( $\tau = 10$  ms) fica:

$$\left(\frac{t}{\tau}\right)^2 = \sqrt{\frac{z^2 - (k_0 \times d_n)^2}{2 \times U_0 \times k_0 \times d_n}} \times \frac{d_n}{(U_0 \times 0.01)} \quad (4.8)$$

Para calcular o tempo que uma partícula demora a percorrer uma distância, torna-se importante determinar a influência das interações entre jactos vizinhos. Para esse efeito, e tendo em conta as configurações possíveis, Vaz [14] revelou no seu estudo duas equações, que se adaptarão como base no decorrer deste trabalho: quantidade de caudal injectado (eq .4.9) e caudal do jacto livre (eq. 4.10).

$$Q_0 = N \times N_c \times \frac{\pi}{4} \times d_n^2 \times U_0 \quad (4.9)$$

$$Q_{JL} = \pi \times k \times U_0 \times d_n \times z \quad (4.10)$$

### **4.3 - Múltiplos Jactos**

#### **4.3.1 - Obtenção da Solução Analítica**

Com o intuito de reduzir o tempo e recursos computacionais na aplicação da simulação numérica de todas as configurações possíveis, foi desenvolvida uma ferramenta que permite descrever analiticamente, jactos circulares turbulentos, não confinados, de modo a obter o campo da velocidade longitudinal  $u_z$ , proveniente do conjunto de jactos.

Tratando-se de um problema tridimensional, dependente das coordenadas  $z, r$  e  $\theta$ , é importante não só estipular o domínio para o caso em estudo, como também obter a descrição analítica desse mesmo caso. A descrição analítica de um jacto circular turbulento, baseia-se na já referida teoria indutiva da turbulência formulada por Reichardt.

Partindo das equações do escoamento para um jacto circular e, desprezando a componente radial da velocidade  $u_r$  em relação à componente longitudinal  $u_z$ , foi desenvolvida (Hinze [6] , D.Vaz [14]) uma solução que permite calcular  $u_z^2$ , relativo a uma coroa com  $N$  jactos, centrada na origem em que, os eixos dos jactos são paralelos a  $Oz$ :

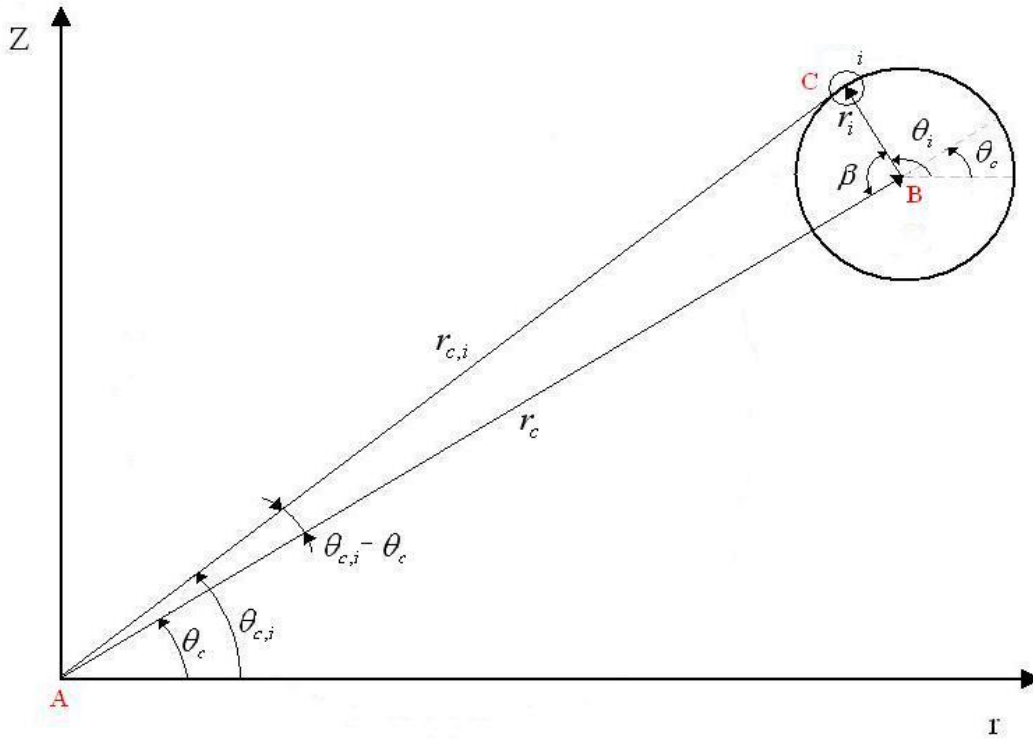
$$u_{z,Njets}^2(z, r, \theta) = \sum_{i=1}^N \left( \left( \frac{k_{0,i} d_{n,i} U_{0,i}}{z - z_i} \right)^2 \exp \left( - \frac{r_i^2}{k_i^2 (z - z_i)^2} \right) \right) \quad (4.10)$$

onde,  $r_i$  é a distância de um ponto genérico no espaço, de coordenadas  $(z, r, \theta)$ , em relação ao eixo do jacto  $i$ .

No caso concreto, é de todo o interesse, não ter apenas uma coroa de jactos centrada na origem, mas sim  $N_c$  coroas de jactos, centradas num ponto genérico do espaço, igualmente separadas entre elas, a uma determinada distância  $r_c$  da origem.



Na figura 4.1, está exemplificada uma coroa de jactos de raio  $r_i$  e  $\theta_i$  que representam a coordenada radial e tangencial, respectivamente, de um jacto  $i$  em relação ao centro da coroa a que o jacto pertence de centro em B, a uma distância  $r_c$ , que corresponde à coordenada radial do centro da coroa da origem, fazendo um ângulo  $\theta_c$  (coordenada tangencial do centro da coroa) com a horizontal.  $\theta_{c,i}$  e  $r_{c,i}$  correspondem à coordenada tangencial e radial, respectivamente, do jacto  $i$  da coroa em que ele está inserido.



**Figura 4.1** - Parâmetros presentes na representação de uma coroa de jactos.

De forma a obter-se uma expressão que relacionasse todas as variáveis acima mencionadas, foi usada a Lei dos Cossenos.

Dai que por aplicação, tem-se:

$$r_i^2 = r_c^2 + r_{c,i}^2 - 2 \times r_c \times r_{c,i} \times \cos(\theta_i - \theta) \quad (4.11)$$

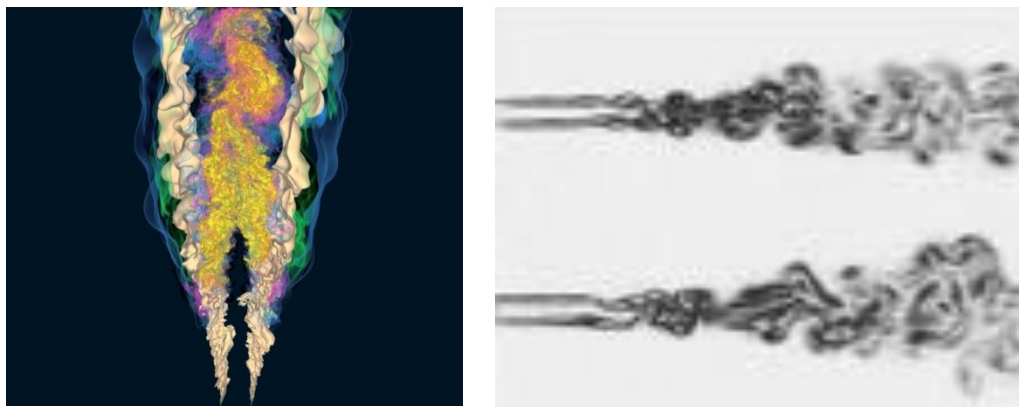
em que  $\theta_i = \frac{2\pi}{N} i$ . Vai-se também considerar um  $\alpha$ , onde  $\alpha = \theta_i - \theta$ . Então substituído a equação 4.11 na equação do campo de velocidade (eq 4.10) obtêm-se a seguinte equação:

$$u_{z,Njets}^2(z, r, \theta) = \left( \frac{k_0 d_n U_0}{z} \right) \exp \left( -\frac{r_i^2 + r^2}{k^2 z^2} \right) \sum_{i=1}^N \exp \left( \frac{2 r r_i \cos(\theta_i - \theta)}{k^2 z^2} \right) \quad (4.12)$$

A partir da equação 4.12, o utilizador consegue estipular em que ponto genérico do queimador queira colocar uma determinada coroa de jactos, tendo a vantagem de a deslocar e estudar para queimadores de dimensões diferentes. Esta será a equação a ser usada para calcular o campo de velocidades e com a qual se vão estudar analiticamente as situações apresentadas nos capítulos seguintes, através da ferramenta *Matlab*.

### 4.3.2 - Interacção de Dois Jactos Paralelos

Nos casos em que estão presentes mais do que um jacto, com o seu eixo paralelo ao eixo  $Oz$ , o escoamento provocado por eles deixará de apresentar um aspecto radialmente simétrico (caso presente na situação de um único jacto circular livre) devido à intersecção dos escoamentos entre si.



**Figura 4.2** - (a) – Interacção do escoamento entre 2 jactos; (b) – Escoamento de 2 jactos. [1]

Em situações que estamos perante jactos confinados num determinado espaço, pode haver alturas em que a distância do jacto ao limite do queimador ( $H$ ), seja inferior à metade da distância entre injectores ( $S$ ), ou seja  $\frac{S}{H} < 1$ . Nesta situação, o facto de o injector estar junto à parede do queimador, irá influenciar o seu escoamento devido à presença da parede, levando a que os jactos interajam mais com a parede do que com os jactos vizinhos.

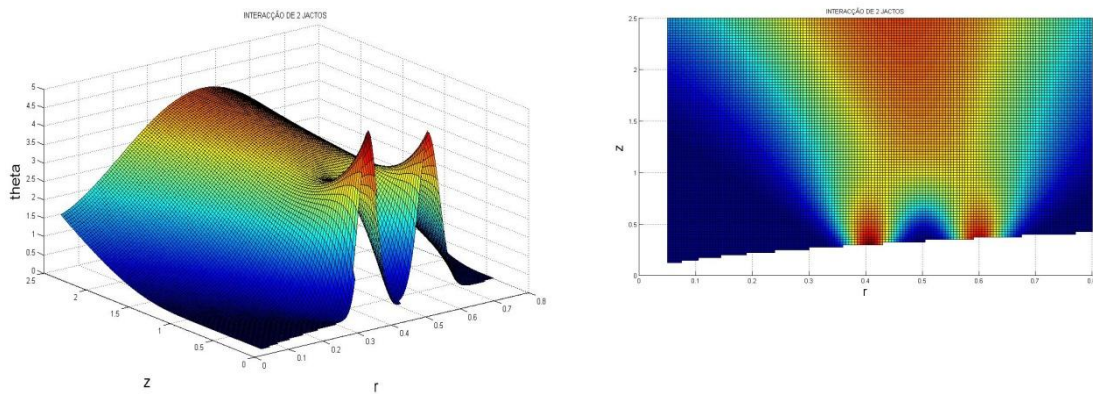
De modo a perceber-se a interacção de um jacto circular com a parede vizinha, foi criada uma segunda coroa de jactos de raio  $R_{j,2}$ , em que estão presentes os chamados jactos virtuais, de características semelhantes às dos jactos reais. A disposição entre as coroas de jactos, tanto reais como virtuais, permite a criação de um plano impermeável e invisível entre elas de modo a que se verifique a condição  $\frac{S}{H} = 1$ , como pretendido.

Assumindo os seguintes parâmetros:

**Tabela 1** – Dados admitidos para o estudo da coroa do jacto real com o jacto virtual

DADOS DO PROBLEMA							
$k$	$k_0$	$U_{ref}$	$U_0$	$D_t$	$d$	$R_j$	$R_{j2}$
0.09	$\frac{0.5 * 1}{k}$	2.95	$\frac{60}{U_{ref}}$	0.151	$\frac{0.010}{D_t}$	$\frac{0.061}{D_t}$	$\frac{\left(\frac{D_t}{2} + \left(\frac{D_t}{2} - 0.061\right)\right)}{D_t}$

sendo,  $R_j$  e  $R_{j,2}$ , o raio da coroa de jactos real e virtual, ao quais se atribuíram para  $U_{ref}$  e  $D_t$  os valores de 2.95 e 0.151 (dados estes cedidos pelo Professor Daniel Vaz), pretendeu-se analisar esta situação no programa *Matlab* obtendo-se os seguintes resultados:



**Figura 4.3** - (a) – Interação do jacto real e virtual (tridimensional); (b) - Interação do jacto real e virtual (bidimensional);

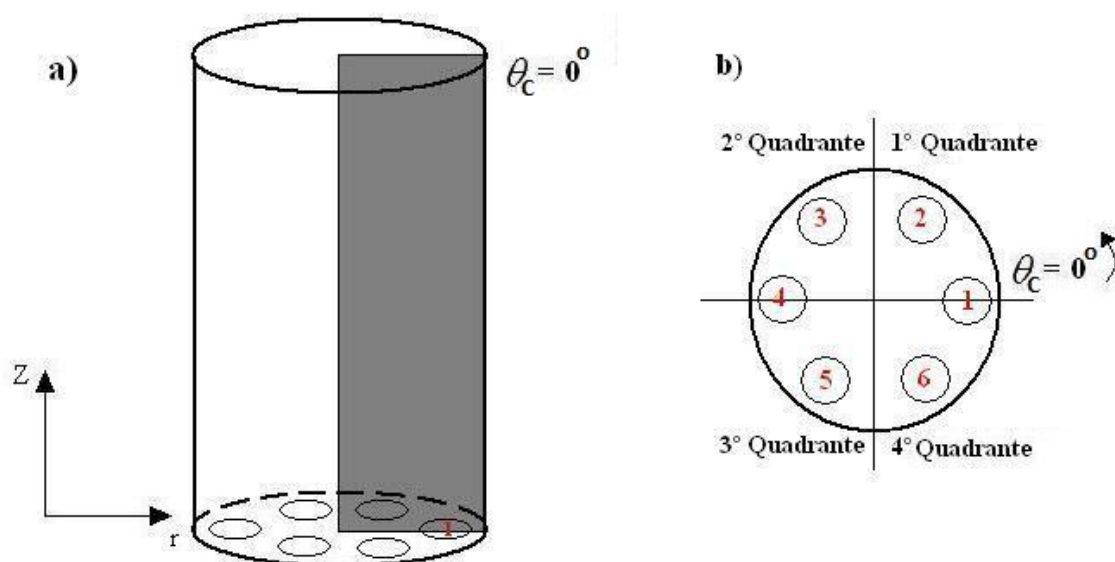
Relativamente aos resultados da figura 4.3, de destacar que as zonas avermelhadas, como sendo aquelas em que a velocidade de injeção é elevada, ao passo que nas zonas azuladas os valores da velocidade são reduzidos e em alguns casos desprezáveis. Esta escala de cores irá ser mantida, daqui para a frente. Caso contrário, será informado o leitor. Como referido anteriormente, o *Matlab* trabalha essencialmente a partir de matrizes. De modo a se conseguir projectar o pretendido, foi necessário criar uma matriz “zeros” de dimensões  $n_z$ ,  $n_r$  e  $n_t$ , respectivamente  $z$ ,  $r$  e  $\theta$ , obtidas através de ciclos *for/end*, quer para os jactos reais quer para os virtuais. Procurou-se igualmente, através de novos ciclos com auxílio da fórmula do campo de velocidade, criar uma matriz que alojasse os somatórios de todos os resultados para diferentes jactos

*i.* Por fim foi efectuado um corte correspondente ao plano meridional, quando  $\theta = 0^0$ , o que permitiu obter as imagens acima demonstradas.

Através dos resultados obtidos, consegue-se demonstrar que de facto junto ao bocal do injector, o valor do campo de velocidades é mais elevado, como era previsto, diminuindo à medida que se afasta do bocal, mas a partir de uma determinada cota  $z$  irá haver uma interacção entre os dois jactos o que provoca um novo aumento dos valores. Assim se conclui que a interacção entre jactos poderá provocar uma boa taxa de arrastamento, restando assim encontrar a configuração ideal para tal acontecer.

### 4.3.3 - Coroa de Jactos Centrada na Origem

A figura 4.4 (a) representa o domínio físico do caso que pretendemos estudar. Estamos perante um estudo tridimensional de uma única coroa de  $N$  jactos centrada na origem. A cinzento está representado o plano onde  $\theta_c = 0^\circ$  que intersecta o centro do jacto, considerado como o primeiro jacto, sendo os restantes designados por ordem numérica crescente no sentido anti-horário, como representado na Figura 4.4 (b), separados por um determinado ângulo  $\theta_c$  entre si. É também no mesmo sentido, que o valor de  $\theta_c$  irá aumentar. Vai ser importante ter em conta os quadrantes aquando a representação dos jactos pelos diferentes quadrantes no programa.

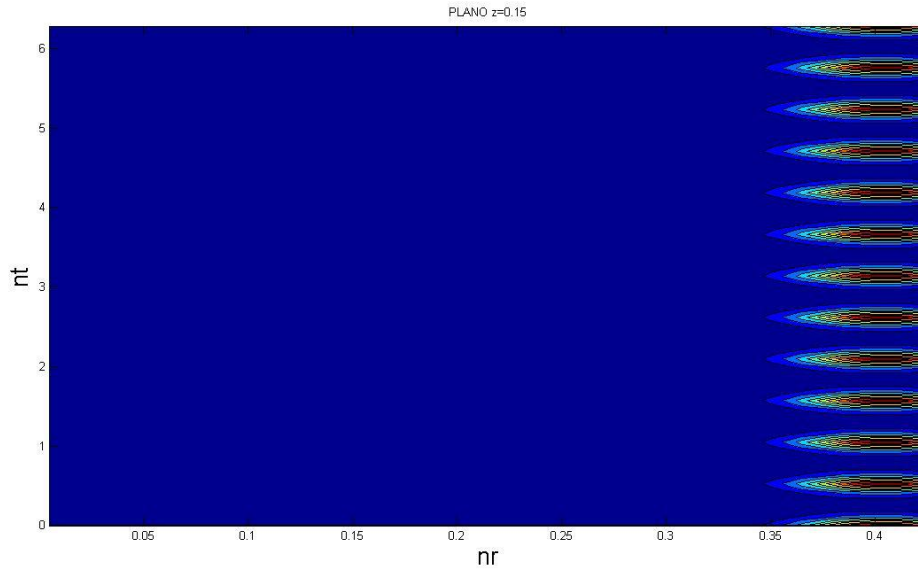


**Figura 4.4** - (a) – Domínio físico da zona de combustão; (b) – Disposição da coroa de jactos no queimador (vista de cima).

Após o estudo da interação entre o jacto real e virtual, interessa focar o sentido na obtenção de coroas de jactos. Assim sendo e com auxílio do programa efectuado para o primeiro caso, foram alteradas algumas partes da programação para a obtenção de uma coroa de jactos reais centrada na origem.

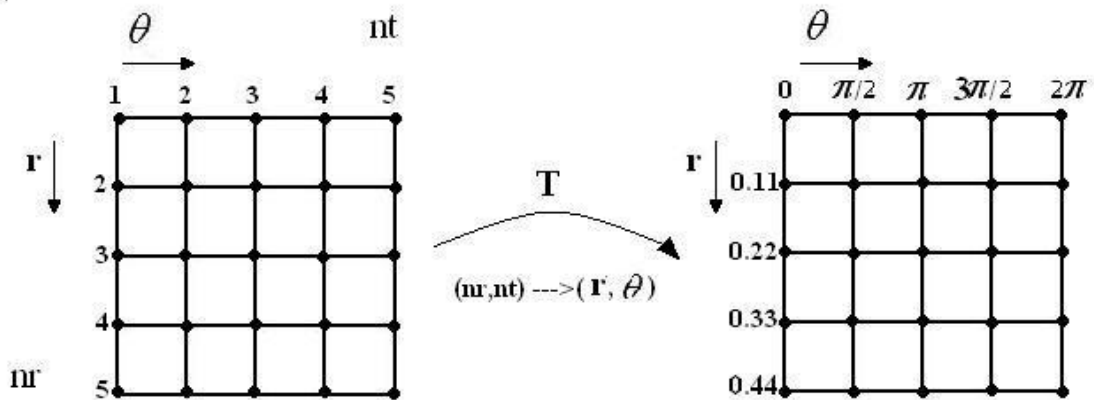
De novo se mantém a matriz “zeros” criada inicialmente, de modo que com os ciclos *for/end* se consiga obter os somatórios de todas as situações para diferentes jactos  $i$ . Nesta situação está-se a lidar com uma coroa de  $N$  jactos (foi optado 12 jactos para o caso em estudo). Assim a única alteração feita no programa foi o aumento do número de

jactos. Novamente, pretende-se obter um plano em que  $z$  é constante ( $z = 0,15$ ), pelo que se apuraram os seguintes resultados:



**Figura 4.5** - Representação da coroa de jactos nas coordenadas cartesianas no plano  $z = 0,15$ .

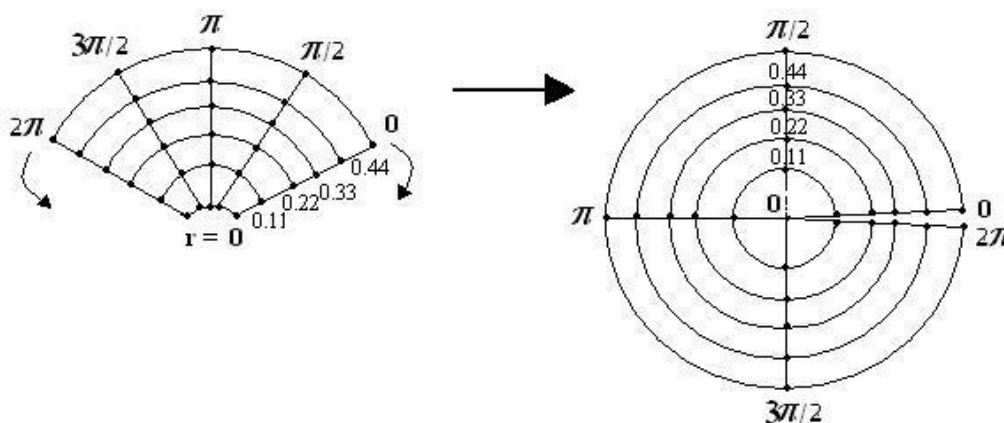
A razão para os jactos serem representados desta forma, deve-se ao facto de este programa trabalhar com matrizes. Cada uma dessas matrizes tem determinadas dimensões  $nz$ ,  $nr$  e  $nt$ , de números inteiros, obtidas através de ciclos *for/end*, dimensões essas que determinam a gama de valores, em que  $z$ ,  $r$  e  $\theta$  estão inseridos e serão escolhidas obviamente pelo utilizador.



**Figura 4.6** - Transferência de coordenadas cartesianas para coordenadas cilíndricas.

Na figura 4.6 está demonstrada uma primeira matriz de dimensões  $nr$  e  $nt$ . Cada ponto dessa matriz corresponde a um ponto do domínio físico,  $r$  e  $\theta$ , da situação que se pretende estudar. De modo a se obter os resultados pretendidos, era necessário a criação de inúmeros ciclos *for/end*, o que tornaria os cálculos do programa muito demorados,

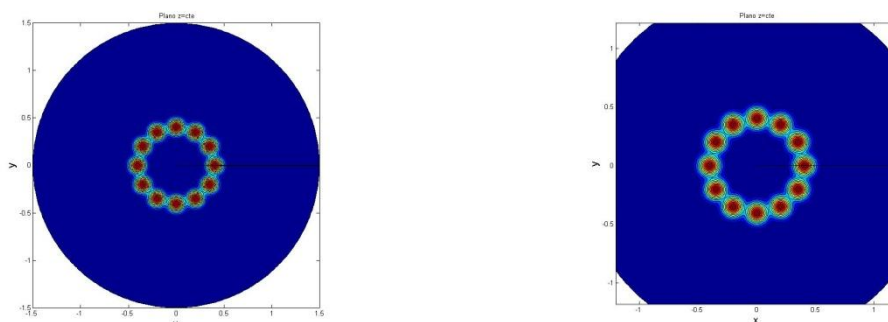
até em casos muito simples. O software *Matlab* trabalha com coordenadas polares, o que neste caso pode tornar o processo de programação algo complicado. Assim era conveniente a transformação dessas dimensões de coordenadas polares para cartesianas (coordenadas X e Y). Essa transformação, correspondente à segunda matriz apresentada na figura 4.6 (à direita), seria benéfica pois não só tornaria o processo de programação mais simples como também, acabaria por eliminar os ciclos *for/end* tornando o tempo de cálculo menos demorado. Assim sendo foi criada uma malha, de modo a representar o domínio escolhido pelo utilizador. Com o intuito de criar uma malha, simulando a superfície do queimador, foi então necessário fazer mais uma transformação. Basicamente consiste em formatar a matriz numa forma cilíndrica, como referido na figura 4.7 todos os valores correspondentes de cada nó da mesma, diferenciando unicamente o aspecto com que é apresentada.



**Figura 4.7** - Processo representativo da modificação da matriz usada no *Matlab*.

O comando correspondente à elaboração desta grelha, foi colocado antes do início dos ciclos *for/end*, relativos ao cálculo dos campos de velocidades para cada jacto individualmente. Cabe no entanto ao utilizador, a escolha do refinamento da malha, refinamento esse que vai ser tido em conta aquando da escolha das configurações. Após a obtenção dos resultados provenientes desses ciclos, foi inserido o comando que permite passar esses mesmos resultados da forma polar para a cartesiana, fazendo com que se obtivesse os seguintes resultados:





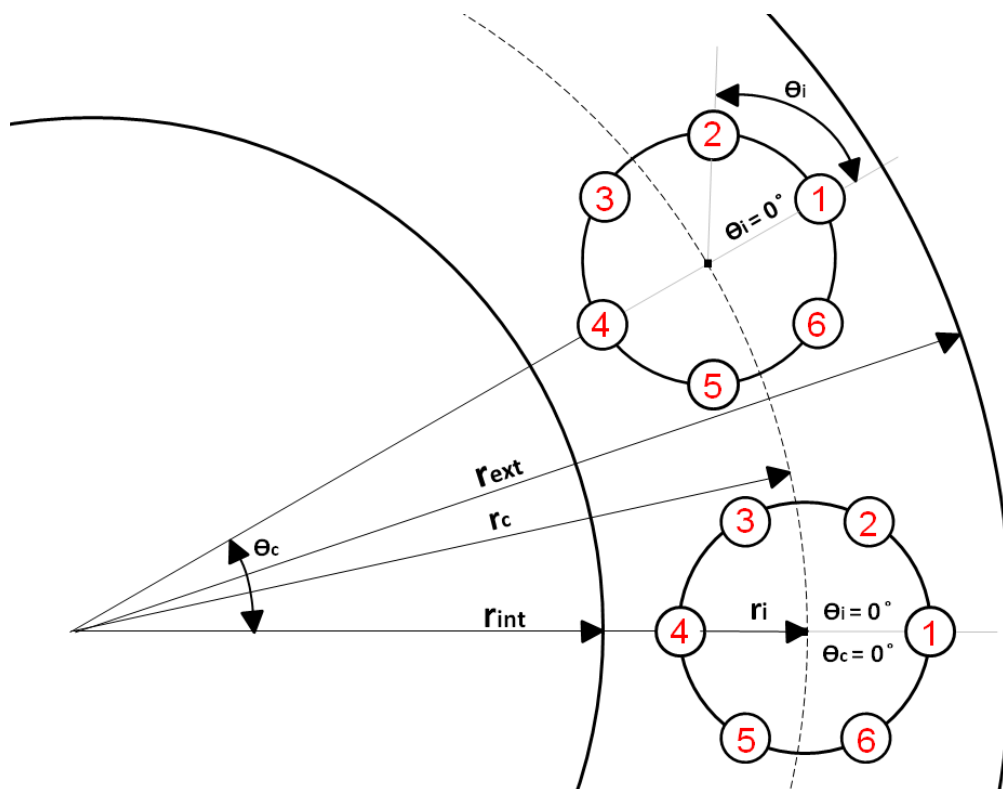
**Figura 4.8** - Configuração de 12 jactos centrados na origem do queimador no plano  $z = 0.75$ .

Na figura 4.8 está representado o domínio cilíndrico (geral e aproximado) num plano em que  $z = \text{constante}$  (nomeadamente quando  $z = 0,75$ ), onde está inserida uma coroa com 12 jactos centrada na origem. A razão pela qual aparece uma ligeira interrupção no domínio representado a azul (no lado direito do domínio), deve-se ao facto de representar  $\theta = 0$  e  $\theta = 2\pi$  e estes apresentarem uma ligeira discrepância nos seus valores, provavelmente devido aos arredondamentos feitos pelo programa fazendo com que não se consiga fechar por completo o domínio em  $\theta$ . Através da programação que permitiu obter estes resultados, pode-se estruturar para este domínio, uma coroa com um determinado número de jactos ( $N$ ), consoante o aumento ou a diminuição da distância dos jactos em relação à origem e também da alteração dos valores do domínio representado, isto é, expansão da área de integração.

#### 4.3.4 - Múltiplas Coroas de Múltiplos Jactos

Após a elaboração de um programa que conseguisse obter uma coroa de  $N$  jactos, o objectivo passou pela criação de  $N_c$  coroas de  $N$  jactos. Pretendia-se assim, mover a coroa para um outro ponto do domínio que não fosse a origem. Para se conseguir deslocar a coroa de jactos, teria de se representar uma situação semelhante à descrita na figura 1.4 (configuração G). Seguidamente coloca-se a hipótese da criação de ciclos *for/end* dependentes do número de coroas de jactos que se quisesse representar mas seguindo nesse sentido, o objectivo da utilização do *Matlab* seria desnecessária. A inserção de novos ciclos iria fazer com que se demorasse muito tempo na obtenção dos resultados pretendidos. Assim decidiu-se pela criação de uma coroa de raio  $r_i$ , composta

por  $N$  jactos, que se vai designar por coroa principal, centrada num qualquer ponto genérico, a uma distância  $r_c$  da origem do referencial, ponto esse pertencente ao plano onde  $\theta_c = 0^\circ$ . De agora em diante, vai-se adoptar  $\theta_c$ , como sendo o ângulo entre as coroas e  $\theta_i$ , como sendo o ângulo entre jactos da mesma coroa. Após a criação desta coroa, interessa construir um programa que permita criar tantas coroas como as desejadas pelo utilizador, coroas essas com o mesmo raio da coroa principal e centradas à mesma distância da origem do referencial, mas em valores de  $\theta_c$  diferentes. Com isto, é efectuado um processo de rotação da coroa de jactos em relação à coroa principal no queimador, mantendo os mesmos parâmetros da coroa principal, mas com o centro da coroa em pontos diferentes do domínio.



**Figura 4.9** - Processo de rotação das coroas de jactos em relação à coroa principal no queimador.

A figura 4.9 mostra de uma maneira geral, o que acontece às coroas e aos seus jactos, dependendo obviamente do que é pretendido pelo utilizador. As coroas de jactos têm de estar dispostas entre um determinado diâmetro exterior,  $D_{ext}$ , que não é mais que o diâmetro do queimador, e um diâmetro interior,  $D_{int}$ . Relembrando o que foi dito anteriormente, a coroa principal é a coroa centrada num ponto genérico onde  $\theta_c = 0^\circ$ . Consoante o número de coroas pretendidas pelo utilizador, as coroas são distribuídas pelo domínio, todas separadas pelo mesmo valor  $\theta_c$  entre elas. Quanto aos jactos, estes

são distribuídos da mesma forma, mas separados por um determinado valor de  $\theta_i$ . De acordo com o demonstrado na figura 4.9, foi considerado o primeiro jacto de cada coroa, aquele que está a uma distância  $r_c + (2 \times r_i)$  da origem do referencial e os restantes são numerados da mesma maneira aplicada na secção 4.3.3. Torna-se importante referir que à medida que a coroa de desloca do plano  $\theta_c = 0^\circ$  para um outro valor de  $\theta_c$ , o mesmo processo acontece com os jactos pertencentes a essa coroa, isto é, todos os jactos da coroa rodam o mesmo valor  $\theta_c$  no sentido anti-horário, de modo a que o primeiro jacto seja sempre aquele que está a uma maior distância,  $r_c + (2 \times r_i)$ , da origem do referencial.

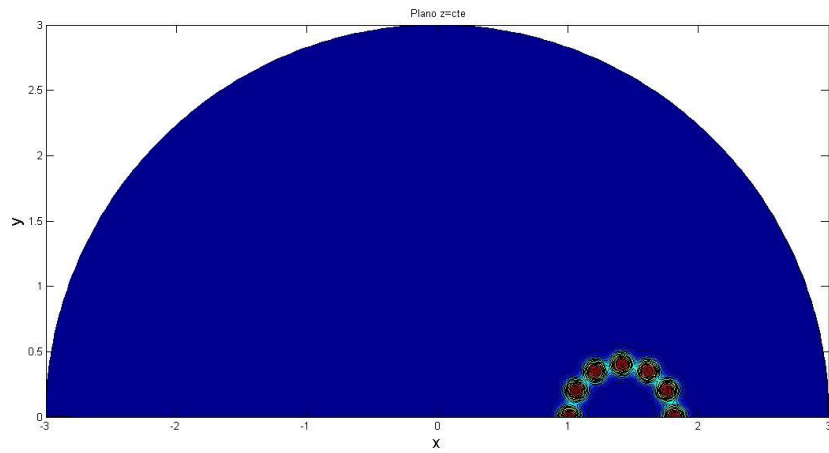
De forma a determinar as coordenadas polares, tanto nas coroas como nos jactos, era importante acrescentar duas funções que permitissem apurar  $\theta_{c,i}$  e  $r_{c,i}$ , funções essas dependentes de  $\theta_c, r_c, \theta_i$  e  $r_i$  e que fizessem com que fosse possível estipular um determinado número de coroas com um determinado número de jactos.

Assim sendo seria útil recorrer novamente à lei dos cossenos pois, tal como demonstrado anteriormente, tem-se a possibilidade de relacionar todos os lados e todos os ângulos de um triângulo. Partindo desse princípio obtêm-se as seguintes equações

$$r_{c,i}^2 = r_i^2 + r_c^2 - 2 \times r_i \times r_c \times \cos(\theta_i - \theta_c) \quad (4.13)$$

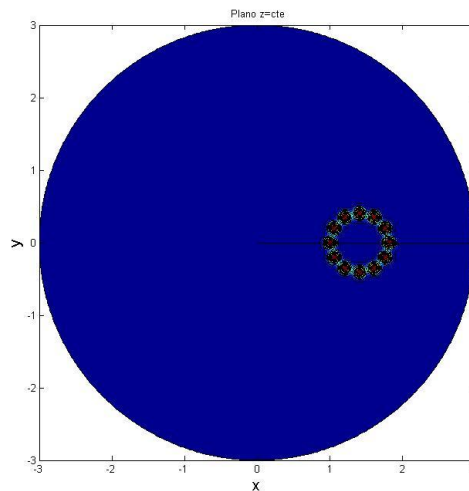
$$\theta_{c,i} = \theta_c + \arccos\left(-\frac{r_i^2 - r_c^2 - r_{c,i}^2}{2 \times r_c \times r_{c,i}}\right) \quad (4.14)$$

Seriam então criadas novas matrizes “zeros” tanto para  $\theta_{c,i}$  como para  $r_{c,i}$ . Quando iniciado o programa, o primeiro cálculo a ser feito será o do jacto número 1 e assim sucessivamente até completar a coroa. Após a determinação das equações surge um novo problema. Como se consegue ver na equação relativa a  $\theta_{c,i}$ , está presente um arco-cosseno. Como se sabe, a sua função está definida no intervalo  $[0, \pi]$ , isto é no 1º e 2º quadrante. Isto significa que para valores definidos nos restantes quadrantes (3º e 4º),  $\theta_{c,i}$  não iria ser calculado, como demonstrado na figura 4.10.



**Figura 4.10** - Representação de metade da coroa de jactos principal para um plano  $z=cte$ .

Assim, tendo como base a matriz referente à representação da coroa, criou-se uma nova matriz, utilizando os valores simétricos da mesma e, concatenando-os, de modo a juntar ambas numa só matriz, e representar a coroa por completo (figura 4.11).



**Figura 4.11** - Representação da totalidade da coroa de jactos para um plano  $z = cte$ .

Após a criação desta coroa, e resolvida a situação do arco-cosseno, bastaria substituir  $\theta_i$  e  $\theta_c$  por  $\frac{2 \times \pi \times N}{(i-1)}$  e  $\frac{2 \times \pi \times N_c}{(j-1)}$ , respectivamente, onde  $i$  corresponde o número do jacto,  $j$  o número da coroa e  $N_c$  o número de coroas. Também esta hipótese se viria a tornar ineficaz, uma vez que à medida que se aumenta  $N_c$ , as coroas não apresentavam a mesma configuração, como também não era respeitado o facto de o

primeiro jacto estar sempre na posição em que se encontra na coroa principal, em qualquer uma das coroas restantes, situação essa que não era a pretendida. Assim se percebeu que a concatenação das matrizes seria suficiente apenas em relação à coroa principal como demonstrado na figura 4.11, mas não para as restantes coroas. A presença de algum erro a nível de programação estaria provavelmente, nos diferentes valores que  $\theta_i$  e  $\theta_c$  poderiam tomar e na relação entre eles, o que influenciaria o sinal que  $\theta_{c,i}$  teria no final dos cálculos.

Desenvolvendo a equação  $\theta_{c,i}$ , considerou-se um novo  $\alpha$  e uma nova equação proveniente da substituição da equação 4.13 na 4.14:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{r_c^2 - r_i^2}{2 \times r_c \times r_{c,i}} + \frac{r_{c,i}}{2 \times r_c}\right) \quad (4.15)$$

logo  $\theta_{c,i} = \theta_c + \alpha$ . Foram então criadas funções *if/else* de modo a cobrir todas as hipóteses possíveis nos diferentes quadrantes.

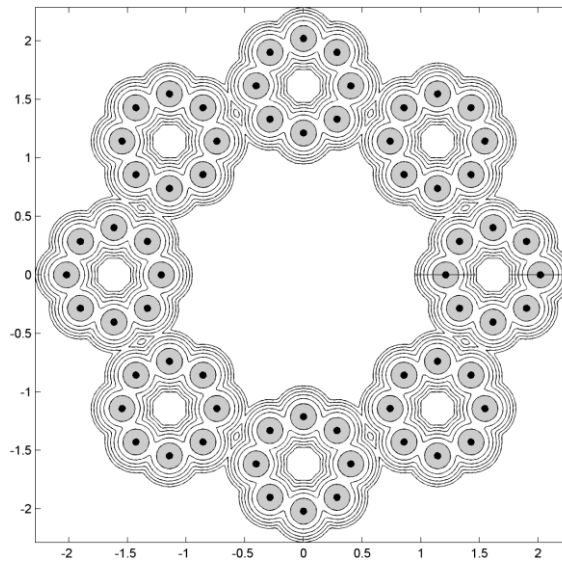
Para casos em que  $\theta_i < \pi$  (situação esta referente ao 1º e 2º quadrante) ou para  $\theta_i > \pi$  (situação esta referente ao 3º e 4º quadrante) foi encontrada uma condição possível: ( $\theta_i > \theta_c$  e  $\theta_i < \theta_c + \pi$ ). Desta condição, chegou-se a conclusão que:

- nas situações em que  $\theta_i < \pi$  e ( $\theta_i > \theta_c$  e  $\theta_i < \theta_c + \pi$ ), o  $\theta_{c,i}$  deveria ser  $\theta_{c,i} = \theta_c + \alpha$ , caso contrário  $\theta_{c,i} = \theta_c - \alpha$
- nas situações em que  $\theta_i > \pi$  e ( $\theta_i > \theta_c$  e  $\theta_i < \theta_c + \pi$ ), o  $\theta_{c,i}$  deveria ser  $\theta_{c,i} = \theta_c - \alpha$ , caso contrário  $\theta_{c,i} = \theta_c + \alpha$

Depois de garantir os pontos acima transcritos, estamos em condições de obter e calcular o campo de velocidades, de qualquer configuração, com o número de coroas e jactos pretendidos pelo utilizador.

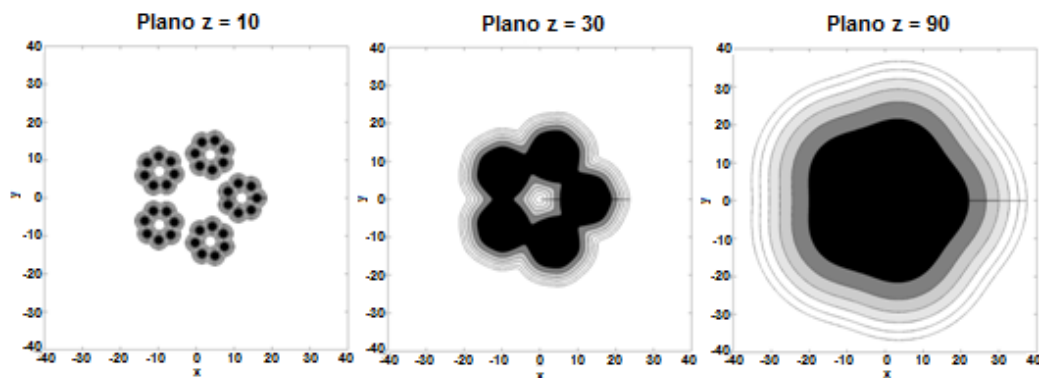
A figura 4.12 representa o campo de velocidades de uma configuração de 8 coroas, em que cada coroa tem 8 jactos. Através da ferramenta *Matlab*, foi aperfeiçoada a imagem, para uma melhor visualização das isolinhas da velocidade longitudinal

$u_z(\theta, r)$ , num plano  $z = cte$  em que as zonas mais escuras, correspondem a valores de velocidade mais elevados.



**Figura 4.12** - Isolinhas da velocidade longitudinal da configuração de 8 coroas de jactos com 8 jactos no plano  $z=cte$ .

De forma a perceber-se a interação entre jactos, foi então obtido para um caso semelhante, mas com menos coroas (cinco coroas no total), várias imagens representativas de vários cortes transversais em planos diferentes, nomeadamente para  $z = 10$ ,  $z = 30$ ,  $z = 90$ . Embora as diferentes imagens apresentem a mesma tonalidade nos locais em que a velocidade é mais elevada, não significa que esses valores para os diferentes planos, sejam os mesmos em todas as imagens. Significa sim que as tonalidades são atribuídas do maior ao menor valor da velocidade, nesse plano específico.



**Figura 4.13** - Configuração de 8 jactos por cada uma das 5 coroas de jactos nos planos  $z = 10$ ,  $z = 30$  e  $z = 90$ .

A partir da figura 4.13, na primeira imagem estamos perante uma situação em que os jactos ainda não coalesceram com os jactos vizinhos da mesma coroa. Cada jacto nesta fase é designado por “jacto livre”, pelo facto de não haver qualquer interacção no escoamento por ele produzido com qualquer outro escoamento proveniente de um jacto vizinho. Esta condição, relativamente aos jactos, irá manter-se até estes interagirem com os jactos vizinhos da mesma coroa, até chegarem a um ponto em que essa interacção faça com que em vez de haver 8 jactos em cada uma das 5 coroas, passe a haver 5 coroas em forma de anel, situação esta que se irá designar por “coroas anelares”. Após este acontecimento, as coroas passam a comportar-se como 5 jactos livres, jactos esses de maiores dimensões quando comparado com a dimensão dos jactos iniciais, até coalescerem com as coroas vizinhas (em  $z = 30$ ). Novamente, com a coalescência das coroas vizinhas, irá acontecer a formação de uma coroa anelar, de maiores dimensões quando comparadas com as coroas anelares descritas inicialmente, até toda a configuração acabar por se comportar como um jacto livre ( $z = 90$ ).

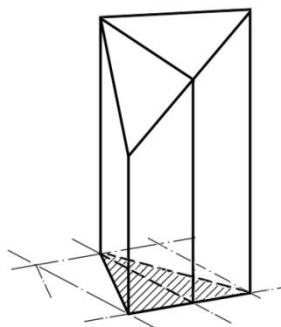
#### **4.4 - Cálculo do Caudal Arrastado**

Nesta secção abordar-se-á, a forma como de obtenção do caudal, por utilização da ferramenta analítica. Estudos realizados por Vaz [14], referem a obtenção do caudal através da integração de prismas.

O caudal de arrasto, que passa numa determinada secção, a uma determinada altura  $z$ , a partir da face do queimador é dado pela seguinte expressão:

$$Q(z) = 2N \int_0^{\frac{\pi}{N}} \int_0^{\frac{D_{ext}}{2}} u_z(z, r, \theta) r dr d\theta \quad (4.16)$$

A maioria dos resultados apresentados ao longo deste trabalho é relativo a casos bidimensionais. Caso os mesmos resultados fossem apresentados no formato tridimensional, estes aparentam ter um determinado relevo, consoante os valores obtidos (ver figura 4.3). A grelha obtida é um simples corte transversal a uma determinada distância  $Z$  da base do queimador. Dividindo essa figura 4.3, de forma a obter uma grelha como a representada na figura 4.6, vai obter-se um conjunto de prismas, como representa a figura 4.14, desde a base do queimador até ao corte transversal em causa.

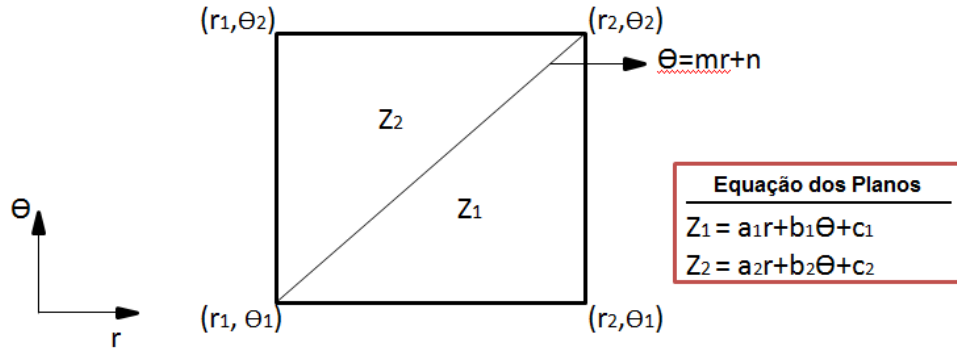


**Figura 4.14** - Representação exemplificativa dos Prismas possíveis para determinar o caudal (adaptado D. Vaz [14] )

Através da integração dos volumes dos vários prismas provenientes da grelha, consegue-se então obter o valor do caudal nesse plano. Na figura 4.15 está representada



uma pequena secção da malha demonstrada na figura 4.6. Cada vértice desta secção rectangular, corresponde a uma determinada coordenada no plano, de coordenadas  $(r, \theta)$ , sendo  $\theta = mr + n$ , a equação da recta que atravessa a secção rectangular.



**Figura 4.15** - Método de cálculo da integração do caudal.

Integrando a equação 4.16, obtêm-se [14]:

$$Caudal = \frac{m}{2} \left( (2B_1 + B_2) \frac{x_1^3}{3} + (2B_2 + B_1) \frac{x_2^3}{3} - B_1 x_1^2 x_2 - B_2 x_2^2 x_1 + A(x_2 - x_1)^2 \right) \quad (4.17)$$

Na secção (ver secção da grelha), foi descrita a forma como foi implementado o domínio, aplicado na programação *Matlab*. No entanto na escolha das configurações, novos parâmetros serão colocados, um dos quais é relativo à dimensão da malha. Contudo, é preciso ter atenção que o estudo não se pode apenas basear nessa área, mas também na área circundante ao queimador. Essa situação seria apenas na eventualidade de se estar a estudar o caudal injectado num espaço confinado. Portanto chega-se à conclusão que em  $\theta$ , a situação é simples pois o domínio seria circular ( $360^\circ$ ). Há contudo que ter atenção à variável  $r$ , reside o problema. Seria pois conveniente na estipulação da dimensão da malha, essa não ser uma preocupação sistemática por cada configuração que fosse estudar. Era conveniente então obter a discretização em  $r$ , de modo a esta se ajustar consoante a configuração estabelecida pelo utilizador, à medida que são obtidos os dados para os diferentes cortes em  $z$ .

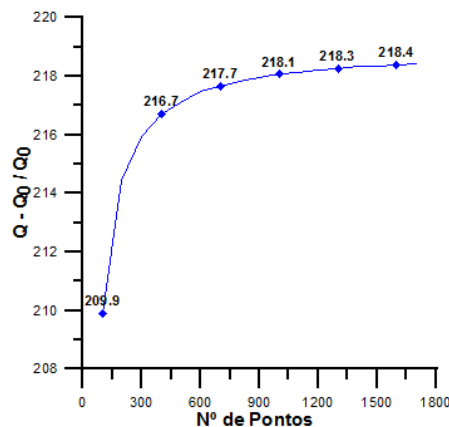
Considerando que, como já foi referido anteriormente, o ângulo dos jactos por natureza rondam os  $5^\circ$ , optou-se por um domínio que garantisse, não só o estudo do

caudal injectado na base do queimador, como também o mesmo estudo para valores de  $z$  elevados, estudo esse que teria considerar o caudal exterior que era arrastado:

$$\text{Dimensão do domínio} = \left( r_c + r_i + \frac{d}{2} + \tan\left(5 \times \frac{2\pi}{360}\right) \times z \right) \times 2$$

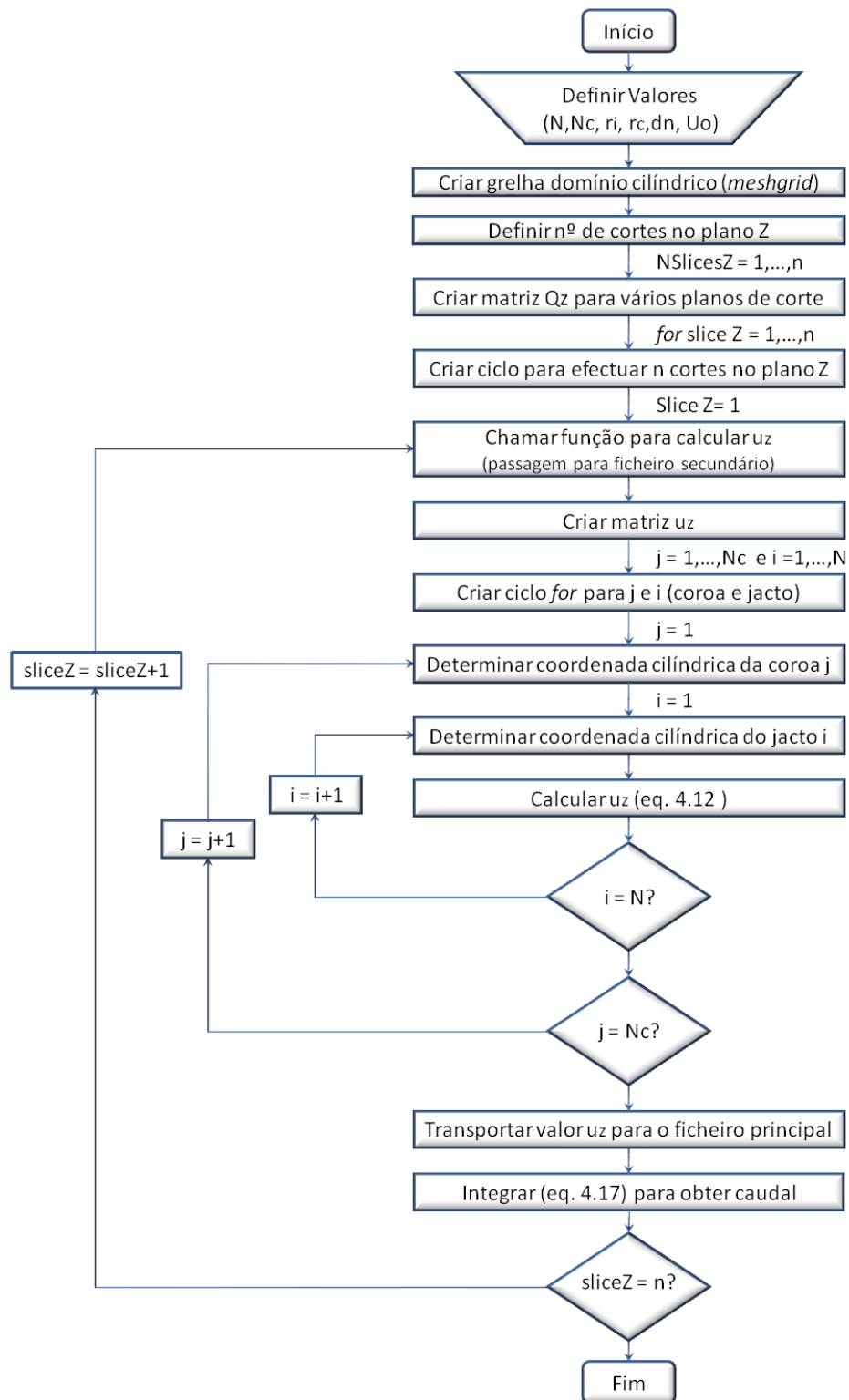
O refinamento da malha pode causar atrasos desnecessários aquando a obtenção de resultados, pois uma malha menos refinada pode garantir praticamente o mesmo que uma malha muito refinada, só que em menos tempo.

Foi então necessário saber qual o menor número de pontos que a malha poderia ter, garantindo rapidez e uma qualidade de resultados aceitável para o que era pretendido. A figura 4.16 permite ter uma noção da diferença de valores que são obtidos no estudo de uma configuração, em situações em que a malha é muito pouco refinada e noutras em que a malha é muito refinada. Torna-se notória a relação existente entre o refinamento da malha e os valores dos resultados obtidos, isto é, quanto maior o refinamento da malha, maior a precisão nos valores calculados. Contudo, a obtenção de resultados em termos temporais, de uma malha de 1300 pontos acaba por ser mais rápido do que quando comparado com uma malha de 1600 pontos. Por este motivo, com base no factor tempo/resultados, optou-se por um refinamento na ordem dos 1300 pontos.



**Figura 4.16** - Valores de Caudal obtido para 100, 400, 700, 1000,1300 e 1600 pontos.

Em seguida, pretende-se demonstrar a ordem pela qual é calculado o caudal arrastado no programa *Matlab*, conforme representado na figura 4.17.



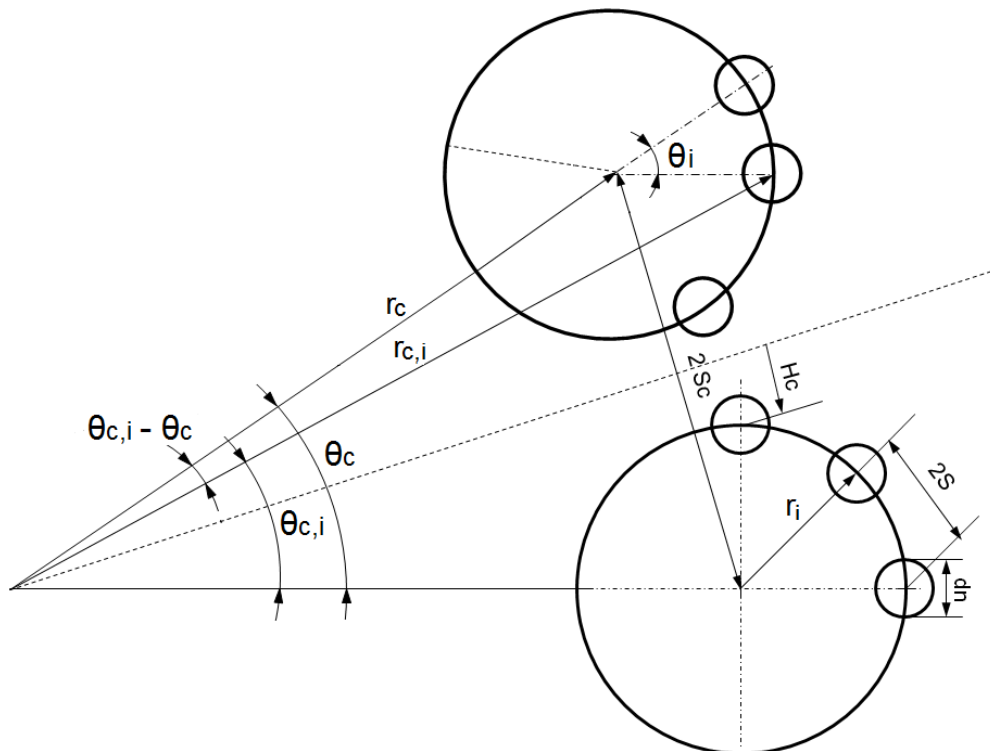
**Figura 4.17** - Ordem de processamento no programa Matlab para cálculo do caudal arrastado.

## 5. Resultados para Múltiplas Coroas

### 5.1 - Configurações

Esta secção tem por objectivo clarificar o leitor, sobre os critérios de escolha utilizados na selecção das configurações estudadas.

Relembrando a figura 4.1, na secção 4.3.1, são muitas as incógnitas com que se debate o estudo destas configurações. Neste estudo, encontramos 2 tipos de variáveis presentes: independentes e dependentes. As variáveis independentes são aquelas no decorrer do estudo, se mantêm inalteradas. São estas que o próprio utilizador deseja manter, em que o estudo em causa não as altera, independentemente do resultado. Por sua vez as variáveis dependentes, assumem diferentes valores, em consequência da alteração das variáveis independentes.



**Figura 5.1** - Variáveis importantes na selecção das configurações

A figura 5.1 representa as variáveis que são indispensáveis na identificação da configuração que nos confere uma melhor taxa de arrastamento. Na escolha das configurações, torna-se imperativo as mesmas passarem por 5 fases obrigatórias ao longo do estudo:

- Na fase inicial os jactos têm de se comportar como “jactos livres”, sem qualquer interacção com os jactos vizinhos da mesma coroa.
- Interacção, única e exclusivamente, com os jactos vizinhos da mesma coroa de forma à sua interacção se acabar por assemelhar a múltiplas “coroas anelares”.
- Cada uma das respectivas coroas, irá acabar por se comportar como “jacto livre” antes de qualquer interacção com as coroas vizinhas.
- Interacção entre coroas de jactos, acabando a sua interacção por se assemelhar a uma única “coroa anelar”.
- A resultante de todas as interacções irá fazer com que toda a configuração se comporte como um “jacto livre”.

Seguindo estas normas, chega-se à conclusão que a distância entre jactos da mesma coroa,  $2S$ , não poderá ser maior que a menor distância possível entre jactos de coroas diferentes,  $2H_c$ , caso contrário haveria primariamente uma interacção entre jactos de coroas vizinhas, do que entre jactos da mesma coroa.

É também notório que a distância entre jactos da mesma coroa, não pode ser igual ao diâmetro de um jacto,  $d_n$ , pois nessa situação não estaríamos perante “jactos livres” na fase inicial, dado à proximidade entre eles. Também se torna inviável essa mesma distância ser menor que  $d_n$ , pois os jactos ficariam sobrepostos nessa situação.

Da análise efectuada à figura 5.1, parte da qual reflectida nas afirmações supra, é ainda possível obter equações das quais nos é permitido seleccionar através delas, as configurações mais adequadas ao estudo a realizar.

Deste modo, as equações a considerar são as seguintes:

$$S_c = r_c \times \sin \frac{\pi}{N_c} \quad (5.1)$$

$$S = r_i \times \sin \frac{\pi}{N} \quad (5.2)$$

$$H_c = \frac{D_{ext} - D_{int} - 2 \times r_i}{2} \quad (5.3)$$

Cada uma das configurações irá ter uma determinada área injectada, obtida a partir da seguinte equação:

$$A_{inj} = N \times N_c \times \frac{\pi}{4} \times d_n^2 \quad (5.4)$$

Torna-se notório através da equação 5.4 que a área injectada irá depender do número de jactos, bem como o diâmetro dos mesmos e o número de coroas. A área injectada terá de ser considerada uma variável independente, de forma a garantir que todas as configurações estudadas injectem o mesmo valor.

Este estudo assemelha-se a turbinas usadas em aviões comerciais. Alguns exemplos disso são o Airbus A330-300 ou o Airbus A330-200. Estes aviões estão equipados com 2 tipos de motores fornecidos pela empresa Pratt & Whitney: PW4164 e PW4168. Este último motor foi o escolhido, de forma a ter-se como base um determinado motor, aquando o estudo das configurações. De acordo com a informação cedida por Vaz [14], baseando em modelos reais deste tipo de motores, foram assumidos alguns valores para as variáveis independentes, presentes neste estudo:

$$N = 24 ; D_{ext} = 1000 \text{ mm} ; D_{int} = 850 \text{ mm}$$

A partir desta informação e da equação 6.4, chegou-se ao valor da área injectada que as configurações devem obter:  $A_{inj} = 35849,32 \text{ mm}^2$

No próximo passo, pretende-se garantir um vasto conjunto de possibilidades de estudo, que são muitas, de forma a tirar as respectivas conclusões, a título de exemplo, saber a influência de jactos de maior ou menor diâmetro e haver uma proximidade entre coroas de jactos coroas.

Desta forma e com auxílio das variáveis dependentes e independentes, seleccionaram-se 2 casos distintos, mantendo a área de injeção sempre constante:

**Tabela 2** - Dados admitidos no estudo da variação de  $r_i$ .

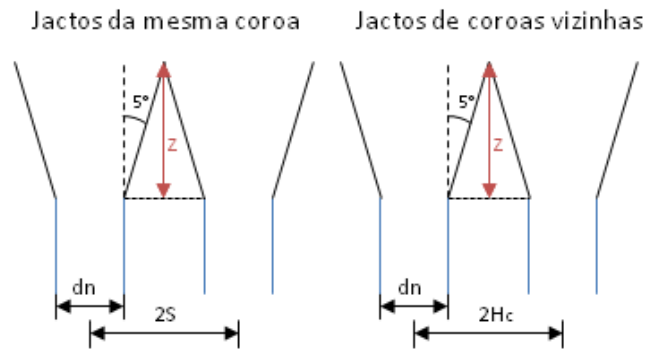
<b>1º CASO</b>				
$N$	$N_c$	$H_c/S$	$S/dn$	$R_c/dn$
8	16	1.5	1.5	45

Na tabela 2 estão descritos os valores e relações admitidos para o primeiro caso. A partir destes valores consegue-se obter algumas conclusões, nomeadamente que as incógnitas  $r_c$ ,  $dn$ ,  $N_c$  e  $N$  serão constantes e consequentemente serão as nossas variáveis independentes. Assim sendo irá variar as variáveis  $r_i$ ,  $S$  e  $H_c$  (variáveis dependentes).

O objectivo neste caso passa por mostrar o efeito de  $r_i$ , ou seja, da proximidade ou afastamento de jactos dentro de uma coroa. Foram escolhidos de todos os casos possíveis quatro situações. Também se pretende obter em que alturas os jactos vizinhos da mesma coroa e de coroas vizinhas se intersectam entre si. Conforme referido anteriormente, o ângulo do jacto de  $5^\circ$ , basta saber a altura ( $Z$ ) em que acontece a intersecção entre jactos. Para jactos da mesma coroa, esse valor é encontrado pela equação 5.5. Já em aplicação a jactos de coroas vizinhas a equação é a 5.6. (obtenção das equações através da figura 5.2)

$$Z = \frac{S - \frac{dn}{2}}{\tan 5^\circ} \quad (5.5)$$

$$Z = \frac{H_c - \frac{dn}{2}}{\tan 5^\circ} \quad (5.6)$$



**Figura 5.2** - Intersecção entre jactos da mesma coroa e jactos de coroas vizinhas.

Em relação ao 2º caso foram admitidos os seguintes dados:

**Tabela 3** - Dados admitidos no estudo da variação de  $N$  jactos.

<b>2º CASO</b>				
$N_c$	$R_c/dn$	$H_c/S$	$S/dn$	$R_i/dn$
16	45	1.5	1.5	6.53

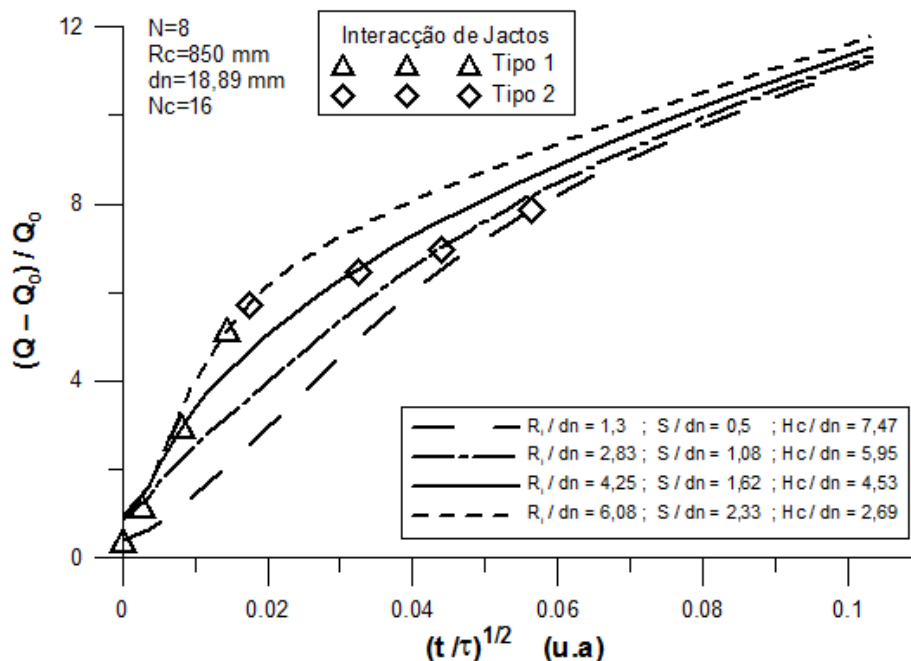
Novamente na tabela 3 informa-se sobre as variáveis independentes admitidas neste estudo. Neste caso interessa variar o valor de  $N$ , pelo que temos igualmente como incógnitas  $dn$  e  $S$ .

O objectivo a retirar desta situação é o interesse em ter configurações com poucos jactos, ou então que as coroas de jactos estejam mais preenchidas. Torna-se igualmente interessante, neste caso, saber onde é que acontece a interacção entre jactos da mesma coroa e de coroas vizinhas.



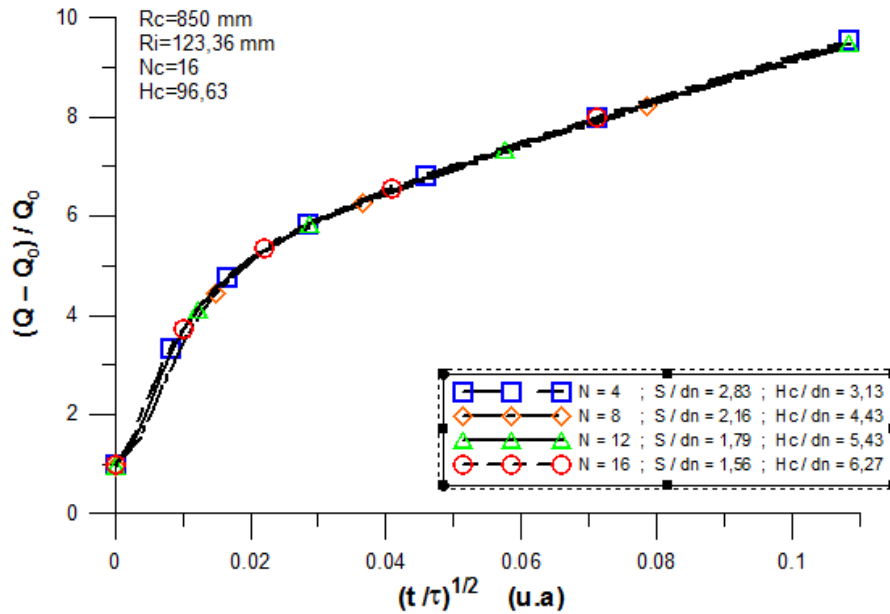
## 5.2 - Arrastamento

Após a apresentação dos casos e com auxílio dos valores obtidos do *Matlab*, obtiveram-se os seguintes resultados:



**Figura 5.3** - Gráfico caudal vs tempo (adimensionalizado) para a situação da variação do raio interno da coroa ( $r_i$ )

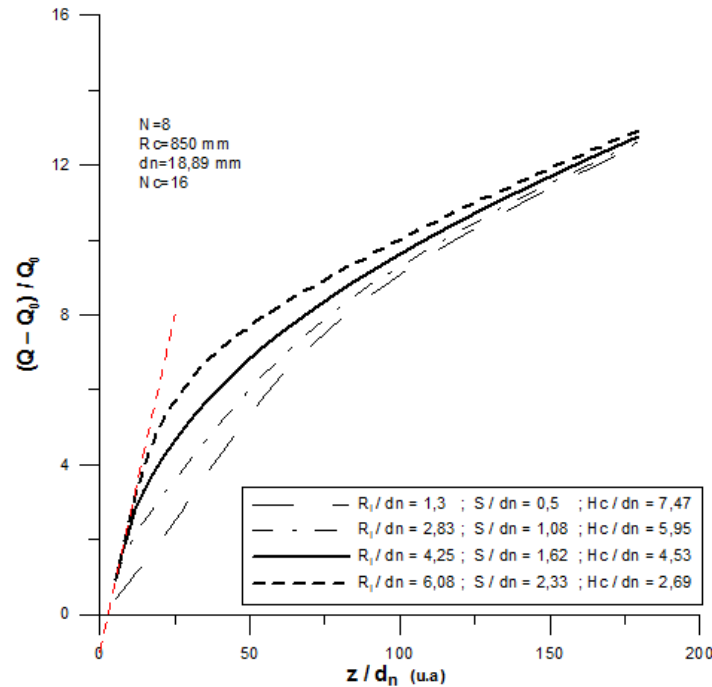
A partir da figura 5.3, é notório que no caso em que o raio interno da coroa é menor, o caudal injectado inicialmente é reduzido quando comparado com a situação em que o raio interno da coroa é maior. Na figura está igualmente presente a informação de interacção de jactos tipo 1 e 2. Esta pretende informar, em termos temporais, quando é que há uma interacção entre jactos vizinhos da mesma coroa (tipo 1) e jactos vizinhos de coroas diferentes (tipo 2). A partir dos dados obtidos chega-se à conclusão que na coroa com um maior raio interno, a diferença de tempo entre as intersecções desfasadas é reduzida e talvez por isso, o caudal injectado inicialmente seja maior, quando comparado com as outras situações. Com este resultado, cabe ao utilizador escolher entre, uma configuração que confira um registo de taxa de arrastamento elevada durante a coalescência entre jactos da mesma coroa, ou se interessa que seja posterior a esse acontecimento e considerar a melhor configuração, aquela que no final lhe interesse para o caso em estudo.



**Figura 5.4** - Gráfico Caudal vs tempo (adimensionalizado) para a situação da variação do número de jactos numa coroa (N)

Em relação à figura 5.4, chega-se à conclusão que facto de o número de jactos ser diferente não tem influência no caudal que é injectado, aliás, foi admitido que o caudal injectado seria o mesmo em todos os casos. Dai que a uma mesma velocidade de injeção, corresponde a um tempo igual de injeção. A razão pela qual cada caso tem mais número de pontos assinalados é para uma melhor percepção das diferentes curvas, pois encontram-se sobrepostas. Em termos de tempo de intersecção de jactos, entre jactos de coroas vizinhas a diferença é mínima, isto é, nos 4 casos estudados a intersecção acontece muito pouco desfasado uns dos outros. Na situação da intersecção de jactos vizinhos da mesma coroa, como era de esperar na situação em que há menos jactos por coroa ( $N = 4$ ), é aquela que demora mais tempo a interacção, pelo contrário, a que apresenta mais jactos por coroa é a que demora menos tempo.

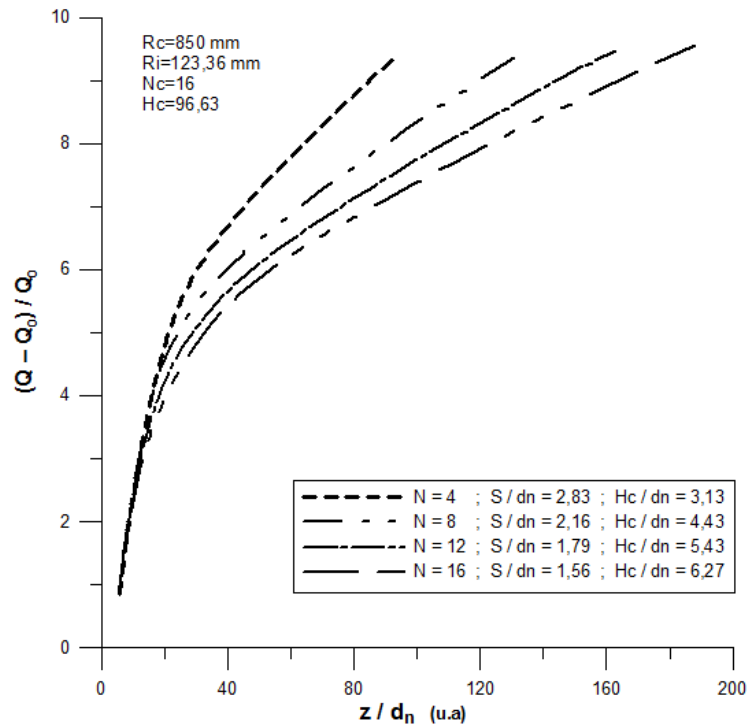
Nas figuras 5.5 e 5.6 pretende-se demonstrar para o caso 1 e 2, o caudal arrastado mas desta vez em relação a z (adimensionalizado por  $d_n$ ):



**Figura 5.5** - Gráfico caudal vs  $z$  (adimensionalizado por  $d_n$ ) para a situação da variação do raio interno da coroa ( $r_i$ )

A partir da figura 5.5, constata-se que o caudal injectado na fase inicial, coincidente com a curva teórica de um jacto livre, a vermelho, (onde a sua equação é:  $\frac{4kz}{dn} - 1$ ) em situações em que o  $r_i$  é elevado. Quando comparado com situações, em que os jactos da mesma coroa estão mais próximos, o caudal injectado é maior. A justificação deste comportamento decorre devido ao afastamento de jactos vizinhos da mesma coroa, não apresentando entre si intersecção imediata, pelo que se comporta como um jacto único durante longos períodos. Portanto, pode-se concluir que a proximidade de jactos da mesma coroa na fase inicial, afecta o caudal injectado inicialmente, e é diferente de caso para caso embora após a intersecção de jactos de coroas vizinhas seja mais cedo que nos restantes casos. Podemos igualmente concluir que a partir de um determinado valor  $z/d_n$ , as curvas acabam por demonstrar que se atinge valores muito próximos para diferentes casos.

De seguida é apresentada a figura 5.6, relativa à situação em que o número de coroas altera e chegou-se aos seguintes resultados:



**Figura 5.6** - Gráfico Caudal vs  $z$  (adimensionalizado por  $d_n$ ) para a situação da variação do número de jactos numa coroa ( $N$ )

Da leitura dos resultados da figura 5.6, conclui-se que as divergências de caudal injectado acontecem após a intersecção de jactos de coroas vizinhas, pois na fase inicial, qualquer um dos casos é idêntico em termos de caudal injectado. Conclui-se que as coroas compostas por menos jactos ( $N = 4$ ) atingem valores mais elevados de caudal arrastado para uma determinada altura  $z$ , ao passo que as coroas com maior número de jactos ( $N = 16$ ), após a intersecção com jactos de coroas vizinhas de forma prematura, acaba por ser influenciada ao longo de todo o seu processo acabando por injectar menor caudal.

## 6. Conclusão

### 6.1 - Principais Conclusões

Do estudo que foi proposto levar a efeito, resultam relativamente às matérias versadas, conclusões semelhantes às obtidas por outros autores. Foram observados resultados que permitem demonstrar a auto-semelhança de perfis de velocidades, independentemente da distância que estes se encontrem do bocal do injector.

Conclui-se também que há uma influência clara na disposição de injectores no queimador, tal como previsto por Vaz [14] na sua tese. Esta disposição está relacionada com diversas variáveis tais como o diâmetro do injector, o número de coroas e de jactos presentes na configuração e a proximidade de coroas e jactos vizinhos entre si.

Em situações em que estamos perante coroas com raios internos ( $r_i$ ) maiores, conclui-se que é injectado um maior caudal em menos tempo, do que em situações em que as coroas têm um raio interno menor. Isto deve-se ao facto de haver uma interacção entre jactos da mesma coroa muito prematuramente nesta última situação, pelo que a quantidade de caudal movida aumenta provocando uma demora na deslocação da quantidade de caudal. Para o mesmo tipo de situações, relacionando o caudal injectado com a distância  $z$ , chegou-se à conclusão que a interacção entre jactos vizinhos também provoca uma diminuição na quantidade de caudal injectada inicialmente em situações em que os jactos da mesma coroa estão demasiado próximos uns dos outros. Por seu lado e quando comparado com a curva teórica, em situações em que os jactos inicialmente se comportam como jactos únicos, o caudal injectado atinge valores elevados em curtas distâncias, embora após a interacção com jactos e coroas vizinhas, o valor de caudal ser praticamente o mesmo.

Quando se variam o número de jactos  $N$  da mesma coroa, mas mantendo o mesmo valor  $r_i$ , velocidade de injeção  $U_0$  e área de injeção  $A_{inj}$  chega-se à conclusão que independentemente do número de jactos incluídos nas coroas, o caudal injectado é sempre o mesmo, daí nos resultados apresentar-se uma sobreposição em todos os casos.

Situação contrária acontece quando comparado o caudal em relação a uma determinada distância  $z$ . Enquanto que inicialmente, em qualquer um dos casos não há diferenças entre o caudal injectado, a partir do momento em que há uma interacção entre coroas de jactos vizinhos, nas situações em que o número de jactos é maior ( $N = 16$ ) acaba por influenciar no caudal que é arrastado ao fim de uma determinada distância, atingindo valores mais reduzidos do que em situações em que as coroas têm poucos jactos ( $N = 4$ ).

## **6.2 - Sugestões para Trabalhos Futuros**

Nesta secção pretende-se deixar algumas sugestões para trabalhos futuros que acabaram por não ser abordados deste estudo, mas que poderão ser interessantes de estudar e comparar com os resultados obtidos nesta tese.

A maioria deste trabalho incidiu, no estudo de configurações compostas por jactos dispostos em coroas de forma anelar, de modo a se conseguir obter informações sobre a taxa de arrastamento. Com o mesmo intuito, poderia ser interessante tentar obter os mesmos dados, mas provenientes de configurações compostas por jactos de diferentes formatos (portanto não circulares).

Podia ser igualmente aproveitado o facto das coroas de jactos, serem em forma de anel e, em vez de equipadas com um determinado número de jactos  $N$ , serem elas próprias um jacto anelar. Deste modo, o processo inicial de jactos comportarem-se como jactos únicos deixaria de existir, onde cada coroa se iria comportar inicialmente como jacto único.

Como referido no capítulo da motivação, seria igualmente interessante saber a influência de jactos funcionarem em determinadas fases do processo e não desde início, numa situação confinada, de forma a observar no que é que isso alteraria na taxa de arrastamento e se faria com que houvesse recirculação em zonas não esperadas.

Uma ideia final no que respeita à disposição dos jactos no queimador. Nos casos estudados nesta tese, o eixo dos injectores é perpendicular ao plano do queimador. Em vez dessa situação, o eixo dos injectores não estaria perpendicular, mas sim exercendo um determinado ângulo, de modo a se perceber se isso provoca uma maior capacidade de mistura de gases, quando comparado com as situações aqui estudadas.

## 7. Bibliografia

- [1] 2007., “[www.scidacreview.org](http://www.scidacreview.org)” Scidacreview
- [2] Abramovich, G.N., “The theory of turbulent jets”, The Massachusetts Institute of Technology, 1963.
- [3] Arima, N.M., “Estudo Teorico-Experimental de Jatos Bi-Dimensionais Confinados”, Tese de Doutorado, São Paulo 2009.
- [4] Buguslawski, L. & Popiel, C.O., “Flow structure of the free round turbulent jet in the initial region”, J. Fluid Mech., vol. 90, part 3, Technical University of Poznan, Poland 1979.
- [5] *Fluent Incorporated*, FLUENT 6.2 User’s Guide, 2005.
- [6] Heinz, J. O., *Turbulence*, McGraw-Hill Companies, 1975
- [7] Lima, L.E.M., “Análise Numérica de Jatos Coaxiais Turbulentos”, Dissertação de Mestrado, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos 2007.
- [8] Mendes, J.C.A.F., “Interacção entre um jacto circular turbulento e um diedro rectangular”, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto 1988.
- [9] Neves, M.J.V., “Estudo de Jactos Turbulentos”, Dissertação de Doutorado, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto 1985.
- [10] Nunes, A.V.A., “Injecção e Mistura de Jactos em Espaços Confinados”, Tese de Doutorado, Universidade do Minho, Guimarães 2003.
- [11] Rajaratnam, N., “Turbulent Jets”, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Canada, Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.
- [12] Reichardt, H. (1941), “On a new theory of free turbulence.” *Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*, english translation in R. Aeronaut. Soc. J. (1943), 47, 167-176.



- [13] Trüpel, T., “Über die Einwirkung eines Luftstrahles auf die umgebende Luft”, Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen, 5-6, Karlsruhe 1915.
- [14] Vaz, D., “Towards the application of flameless combustion to micro gas turbines”, Tese de Doutoramento, FCT-UNL, 2007.
- [15] Viegas, D. X. F. C., “Interacção de jactos com uma superfície plana,” PhD thesis, Universidade de Coimbra, Coimbra 1981.